（解説）

ボールエンドミル加工における再生型びびり振動の予測

Prediction of Regenerative Chatter Vibration in Ball End Milling

赤澤浩一[*1]（博士（工学））　Dr. Koichi AKAZAWA
尾﨑勝彦[*1]（博士（工学））　Dr. Katsuhiko OZAKI
嘉村浩之[*1]　Hiroyuki KAMURA

Ball end milling is an important precision machining process, which is used in the production of impellers, screw propellers and turbine blades with free-form surfaces. As these thin structures are flexible, regenerative chatter vibration often occurs and causes severe problems such as short tool life and the deterioration of surface quality. Therefore, an analytical model has been developed with consideration given to the tool inclination around the cutting feed direction; it is applied in the present research to predict the stability limits at varied inclination angles. We confirmed that the critical cutting depths predicted by the developed model agree qualitatively with the experimental results at various tool inclination angles. Both the analytical and experimental results show that the critical depth can be increased considerably by choosing the right tool inclination around the cutting feed direction.

まえがき＝ボールエンドミル加工は，金型や航空機部品など，自由曲面を有する複雑な形状の部材を加工する際に用いられる重要な加工法である。しかしながら，工作物形状の制約から細長いボールエンドミル工具を使用するときのように工具が低剛性の場合，あるいはインペラやスクリューなどのように加工物が薄く低剛性の場合，再生型びびり振動が発生しやすく，加工条件が制約を受け，加工能率向上の障害となっている。

びびり振動の抑制に関しては，これまでに不等ピッチエンドミルや不等リードエンドミルに関する研究や，びびり振動が発生する限界切り込みを高くする条件を理論的に予測する試みが多くなされてきた[1)～6)]。一方，近年の工作機械の多軸化により，加工面に対する工具姿勢（ボールエンドミル工具の切削送り方向を回転軸とする傾斜，およびピックフィード方向を回転軸とする傾斜）の自由度が高くなっている。

そこで本稿では，再生型びびり振動に対して，安定限界が高い工具傾斜角度を選択することで再生型びびり振動を抑制し，より高能率な加工を達成することを最終的な目的とした。また，低剛性工作物を加工する場合において，切削送り方向周りの工具傾斜を考慮した再生型びびり振動安定限界を予測する数値解析モデルを構築し，実験的に検証した。

1．ボールエンドミル加工における安定限界の予測

加工プロセスにおいて発生する振動は，その瞬間の切り込み深さを変化させるだけでなく，仕上げ面に転写されて次の加工での切り込み深さの変化を生じさせる（再生効果）。**図1**に示すように，切り込み深さの違いによって現在の切り込み深さが変動し，加工プロセスを通して切削力変動が生じる。さらに，これが加振力となり，低剛性構造のコンプライアンス伝達関数を通して再び振動（再生型振動）が生じる。

この閉ループ系の安定判別によって再生型びびり振動の安定限界を解析し得る[7), 8)]。したがって，伝達関数が既知であり，加工条件として切れ刃通過周期Tが決まっている場合には，加工プロセス部分のゲイン，すなわち単位振動変位に対して発生する切削力変動量を算出することができれば安定限界を予測し得る。なおエンドミル加工では，工具回転角度に依存して切削に関与する切れ刃の数や切削方向が変化するため，上記の加工プロセスゲインは一定値ではない。

しかし通常，切れ刃通過周期の間にびびり振動が大きく成長，減衰することはないため，変動する加工プロセスゲインを平均して一定値として扱い得ることが実証されている[6)～8)]。

一方，ボールエンドミル加工における切削力の予測に関しては，これまでにいくつかのモデルが提案されているが[9), 10)]，上述のようにびびり振動の安定限界解析にお

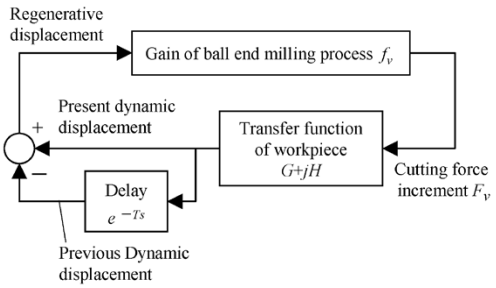

図1　ボールエンドミル加工における再生型びびり振動のブロック線図

Fig. 1　Block diagram of ball end milling process with regenerative chatter vibration

[*1] 技術開発本部　材料研究所

いては，切削力そのものではなく，その変動成分のみが必要となる。そこで本稿では，工具傾斜を考慮し，微小変位によって生じる切削力増分を予測する解析モデルを構築する。

1.1　加工プロセスゲインの算出

薄板状の低剛性工作物の加工を対象とした場合，びびり振動は工作物の振動により発生する。この場合，上述の特性より，びびり振動の安定限界を決定する加工プロセスゲインは，工作物が板厚方向に単位長さだけ変位した場合に生じる切削力増分の振動方向（板厚方向）成分の平均値によって近似し得る。

ボールエンドミルに傾斜角を与えて加工を行う場合は，工具の切削送り方向を紙面鉛直下向き方向にとると，**図2**に示すように傾斜角度αにより加工に関与する切れ刃の位置（切れ刃の角度）が変化し，工具軸方向から見た工作物の除去部分の形状が大きく変化する。このため，傾斜角度が加工プロセスゲインに対して大きな影響を持つ。

工具の傾斜角度αが30°の場合を例にとると，板厚方向の微小変位Δdによって，工作物の除去断面形状は**図3**に示すように変化する。具体的には，工具切れ刃の加工に関与する角度範囲が若干増加する。また，工具回転軸と垂直な断面A-Aを見ると，切り取り厚さが増加し，さらに加工を行う角度範囲（逆に言えば空転角度範囲）も若干増加する。これらの変化によって切削力が増加し，この場合には，その板厚方向成分がびびり振動を励起する。

本稿では，切削力増分を算出する上で，エンドミルの切れ刃を微小切れ刃の集合であると考える。**図4**に示すように，まず各微小切れ刃に作用する切削力の増分の振動方向成分を計算し，その後積算することによって全体の切削力増分を計算する。

図3に示すように，エンドミルの円弧切れ刃の中心を原点とする直交座標系（工具座標系）を考えると，エンドミルの各微小切れ刃の加工軌跡（x, y, z）はエンドミルの回転角度θや円弧切れ刃の角度位置ϕにより式（1）で計算することができる。

$$\left.\begin{aligned} x &= r\sin\phi\cos\theta \\ y &= -r\sin\phi\sin\theta \\ z &= -r\cos\phi \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(1)$$

板厚方向への微小変位Δdにより，微小切れ刃において切り取り厚さが増加する。その増加量Δc_tは次式により算出される。

$$\Delta c_t = \Delta d\,(-\sin\theta\cos\alpha\sin\phi + \sin\alpha\cos\phi) \quad \cdots\cdots(2)$$

この切り取り厚さの増加により，微小切れ刃に作用する切削力増加量とその振動方向（板厚方向）成分は，比切削抵抗を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} dF_t \\ dF_r \\ dF_a \end{Bmatrix} = \Delta c_t r d\phi \begin{Bmatrix} K_t \\ K_r \\ K_a \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\begin{aligned} dF_v(\phi, \theta, d_c) &= -\cos\alpha\,(\cos\theta\, dF_t + \sin\phi\sin\theta\, dF_r + \cos\phi\sin\theta\, dF_a) \quad \cdots(4) \\ &\quad -\sin\alpha\,(-\cos\phi\, dF_r + \sin\phi\, dF_a) \end{aligned}$$

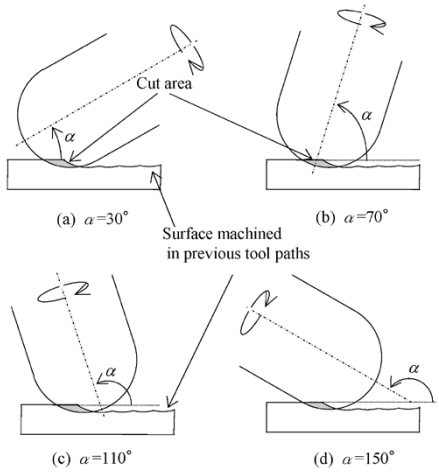

図2　工具傾斜角度の違いによる加工に関与する切れ刃位置の変化
Fig. 2　Change in position of cutting edge engaged in work piece by changing tool inclination

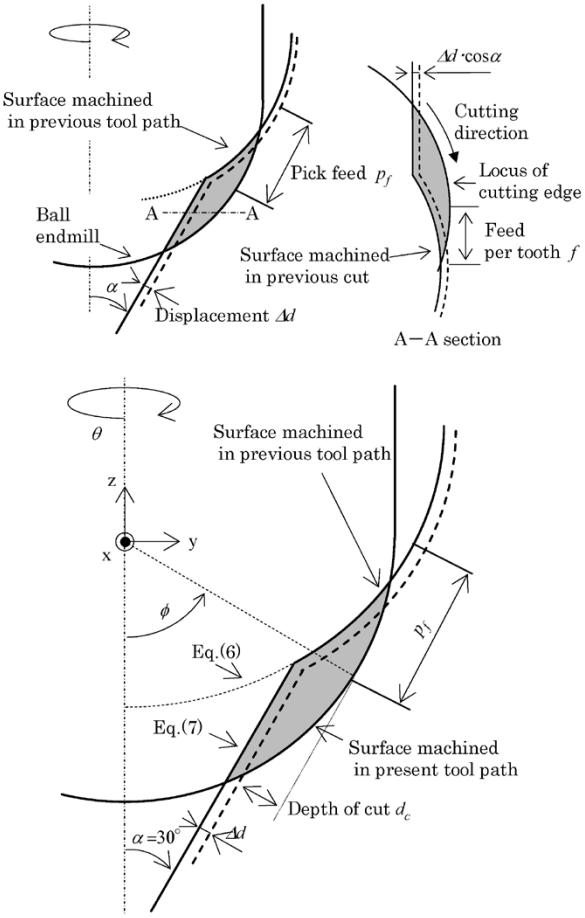

図3　微小振動変位による切削断面形状の変化
Fig. 3　Change in cutting shape of cross-section by small displacement

ここで，dF_t, dF_r, dF_a, dF_vは，それぞれ微小切れ刃に作用する切削力増分の主分力成分，背分力成分，それらに垂直な方向成分，および振動方向成分であり，K_t, K_r, K_aはそれぞれ主分力方向，背分力方向，それらに垂直な方向の比切削抵抗を示している。また，d_cは板厚方向の切り込み量である。

つぎに，切れ刃全体に作用する切削力の増分の振動方向成分F_vは，式（5）に示すようにdF_vを積分することにより求められる。

$$F_v(\theta, d_c) = \int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} dF_v \quad \cdots\cdots(5)$$

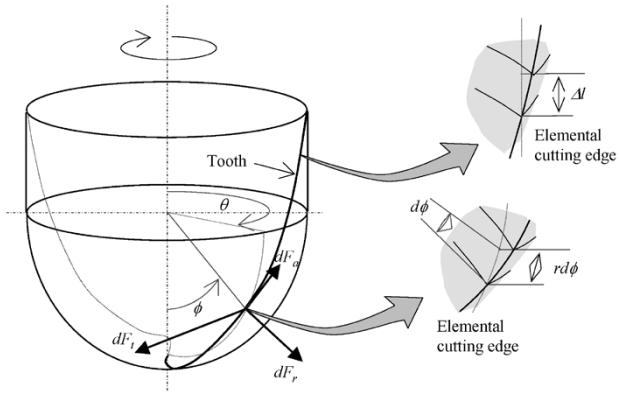

図 4 ボールエンドミルの幾何学モデル
Fig. 4 Geometric model of ball end mill

ここで，$\phi_{\min}$および$\phi_{\max}$は，回転角度θにおいて加工に関与する切れ刃の角度位置ϕの最小値と最大値である。これらの算出方法については次節において述べる。

つぎに，上記の振動方向切削力増分F_vの工具1回転中の平均値Fv_{avr}は式（6）により算出することができる。

$$Fv_{\mathrm{avr}}(d_c)=\frac{N}{2\pi}\int_0^{2\pi}F_v(\theta,d_c)d\theta \quad\cdots\cdots(6)$$

ここで，Nはエンドミル工具の刃数である。

初めに仮定した微小変位量Δdと上式で求められる切削力増分の関係を求めた結果を**図 5** に示す。図に示されるように，現実的な振動振幅（0～100μm）において，微小変位量Δdと切削力増分の間にはほぼ線形関係が認められる。

本稿の数値解析においては，振動発生初期の安定性を解析することから，微小な変位量として$\Delta d=5\,\mu$mを仮定する。そして，式（6）で求められる切削力増分を微小変位量で除することによって（式（7）），単位変位量に対する切削力増分，すなわち加工プロセスゲインを求める。

$$fv_{\mathrm{avr}}(d_c)=\frac{Fv_{\mathrm{avr}}}{\Delta d} \quad\cdots\cdots(7)$$

1.2　切削領域の判別

ここでは，上述の切削力増分を式（5）によって計算するため，各回転角度において加工に関与する切れ刃の範囲（$\phi_{\min}$および$\phi_{\max}$）を求める。この計算は，各微小切れ刃が，現在の加工によって除去されるべき部分（図3の網掛け部分）の内部にあるかどうかを判定することによって数値的に行う。

微小変位Δdを考慮すると，一つ前の加工パスにおいて工具中心は点（0, $p_f\sin\alpha-\Delta d\cos\alpha$, $p_f\cos\alpha+\Delta d\sin\alpha$）を通ることから，この一つ前の加工パスによる仕上げ面は式（8）によって示される円筒面となる。

$$(y-p_f\sin\alpha+\Delta d\cos\alpha)^2+(z-p_f\cos\alpha+\Delta d\sin\alpha)^2=r^2 \quad\cdots(8)$$

ここで，p_fはピックフィード量である。また，工作物上面は式（9）によって表される平面である。

$$z=y/\tan\alpha-(r-d_c-\Delta d)/\sin\alpha \quad\cdots\cdots(9)$$

つぎに，一つ前の切れ刃による仕上げ面は，式（10）のように，点（f, $-\Delta d\cos\alpha$, $\Delta d\sin\alpha$）を中心とする球面によって近似することができる。

$$(x-f)^2+(y+\Delta d\cos\alpha)^2+(z-\Delta d\sin\alpha)^2=r^2 \cdots(10)$$

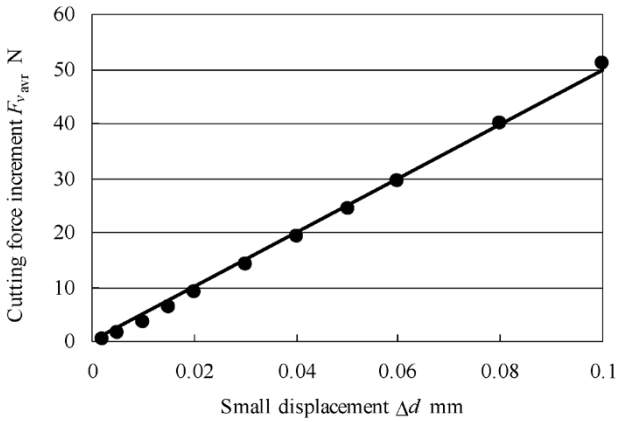

図 5　微小振動変位と切削力増分の関係（d_c=1.0 mm, p_f=1.0 mm, f=0.025 mm/tooth, r=5 mm, α=45°）
Fig. 5 Relationship between small displacement and cutting force increment at d_c=1.0 mm, p_f=1.0 mm, f=0.025 mm/tooth, r=5 mm and α=45°

式（8），（9），（10）によって加工領域の境界を定義することができる。したがって，式（1）によって算出される微小切れ刃の位置が図3の網掛け部内にある場合に切削が行われるため，各回転角度θにおいて式（11）によって切削の有無を判別することにより，数値的に式（5）の積分を実行することができる。

$$\left.\begin{aligned}&(y-p_f\cdot\sin\alpha+\Delta d\cdot\cos\alpha)^2\\&\qquad+(z-p_f\cdot\cos\alpha-\Delta d\cdot\sin\alpha)^2\geq r^2\\&z\leq y/\tan\alpha-(r-d_c-\Delta d)/\sin\alpha\\&(x-f)^2+(y+\Delta d\cdot\cos\alpha)^2+(z-\Delta d\cdot\sin\alpha)^2\geq r^2\end{aligned}\right\}\cdots(11)$$

ただし，工具傾斜角αが90°以上の場合については，切り込み量によってボールエンドミル側面の直線状切れ刃が切削に関与することがある。その場合には，直線切れ刃の軌跡を式（12）により算出し，直線切れ刃部による切削を考慮した式（13）によって判別することができる。

$$\left.\begin{aligned}x&=r\cos\theta\\y&=-r\sin\theta\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(12)$$

$$\left.\begin{aligned}&z\leq y/\tan\alpha-(r-d_c-\Delta d)/\sin\alpha\\&y\leq -r+p_f\sin\alpha+\Delta d\cos\alpha\\&\qquad\qquad(z>-p_f\cos\alpha+\Delta d\sin\alpha)\\&(x-f)^2+(y+\Delta d\cos\alpha)^2\geq r^2(z>\Delta d\sin\alpha)\end{aligned}\right\}\cdots(13)$$

1.3　安定限界の予測

つぎに，上述の加工プロセスゲインを用いて再生型びびり振動の安定限界，すなわち臨界切り込み量を予測する。本稿のように振動が1方向に限定される場合，図1に示すブロック線図は2次元的な旋削（突切り加工）の場合と基本的に同じであり，臨界切削幅とそれに対応する回転数は次のように求められる[11]。

$$a_{\lim}=\frac{-1}{2KG(\omega_c)}\ \text{or}\ a_{\lim}K=\frac{-1}{2G(\omega_c)} \quad\cdots\cdots(14)$$

$$T=\frac{60}{n}=\frac{1}{\omega_c}\left[2k\pi+\left(3\pi+2\tan^{-1}\frac{H(\omega_c)}{G(\omega_c)}\right)\right] \quad\cdots\cdots(15)$$

$$(k=0,1,2\cdots)$$

ここで，$a_{\lim}$は臨界切削幅，Kは振動方向（背分力方向）の比切削抵抗，GとHはそれぞれ伝達関数の実部と虚部，ω_cはびびり振動周波数，Tは主軸回転周期，nは主軸回転

数である。

式（14）において，臨界切削幅$a_{\lim}$と比切削抵抗Kを掛け合わせた値$a_{\lim}K$は，前述の加工プロセスゲインfv_{avr}に相当する。したがって，対象とするボールエンドミル加工プロセスでは，式（14）および（15）をそれぞれ式（16）および（17）に書き換えることができる。

$$fv_{\mathrm{avr}}(dc_{\lim})=\frac{-1}{2G(\omega_{\mathrm{c}})} \quad \cdots\cdots(16)$$

$$T=\frac{60}{nN}=\frac{1}{\omega_{\mathrm{c}}}\left[2k\pi+\left(3\pi+2\tan^{-1}\frac{H(\omega_{\mathrm{c}})}{G(\omega_{\mathrm{c}})}\right)\right] \quad \cdots\cdots(17)$$

$$(k=0,1,2\cdots)$$

式（16）により算出される$fv_{\mathrm{avr}}(dc_{\lim})$は再生型びびり振動が発生する臨界の加工プロセスゲインであり，伝達関数の実部により決定される。つまり，本手法による加工プロセスゲインの計算と式（16），（17）による臨界値の計算を組み合わせることにより，任意の加工条件（p_f, f, r, α）でびびり振動が発生する臨界条件（切り込み量$dc_{\lim}$，回転数n）を予測することができる。

2．実験方法

立形マシニングセンタによりボールエンドミル加工を行い，びびり振動の発生有無を検証した。工具には直径10mmの超硬ボールエンドミル（三菱マテリアル㈱製C-2MB），加工機械にはオークマ㈱製立型マシニングセンタMILLAC 3VA-DSを使用し，工作物には構造用炭素鋼S45Cを用いた。切削条件を**表1**に示す。

工作物については，薄板状工作物を模擬するため，**図6**に示すように低剛性の薄板状治具を製作し，その上部に幅40mm，長さ80mm，厚さ10mmの工作物を取り付けて，突き出し長さが約70mmとなる部位に加工を行った。また，工作物に対する工具の傾斜角度αについては，本治具の角度を変化させることにより調整した。びびり振動発生の判定は，加工後の加工面性状の観察と工作物固定治具に固定した加速度計（㈱東陽テクニカ製352C68）により測定された信号の周波数解析により行った。

表1 切削条件
Table 1 Experimental and analytical milling condition

Spindle speed n (min^{-1})	5,500
Feed rate f (mm/tooth)	0.025
Depth of cut d_c (mm)	0.1 −4.0
Pick feed p_f (mm)	1.0
Inclination angle α (°)	10 – 170
Tool radius r (mm)	5.0
Number of teeth N	2

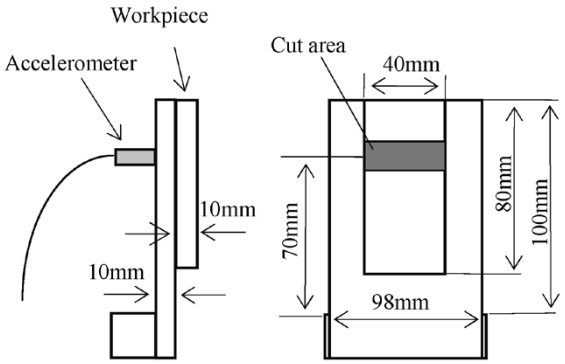

図6 工作物および実験治具
Fig. 6 Schematic illustration of flexible work piece fixture and experimental setup

3．実験結果

3.1 切削実験結果

切削実験において，びびり振動が発生しなかった場合と発生した場合の代表例として，二つの条件下での仕上げ面写真と振動加速度の周波数分析結果を**図7**に示す。びびり振動が発生しなかった場合の振動周波数は，正確に切れ刃通過周波数1,150rad/sの整数倍になっている（図7（a））のに対し，びびり振動の発生した条件ではピークの振動周波数が3,316rad/sとなった（図7（b））。

つぎに，各切削条件におけるびびり振動発生の判定結果を**図8**に示す。本実験結果から，工具傾斜角度αにより，びびり振動が発生する臨界切り込み量が大きく変化していることがわかる。具体的には，傾斜角度αが90°以下では，傾斜角度の増加にともないびびり振動の発生する臨界切り込み量が極めて小さくなっている。また，傾斜角度αが90°以上では，120°から150°の間で極めて大きな臨界切り込み量となる。一方，直線切れ刃の影響

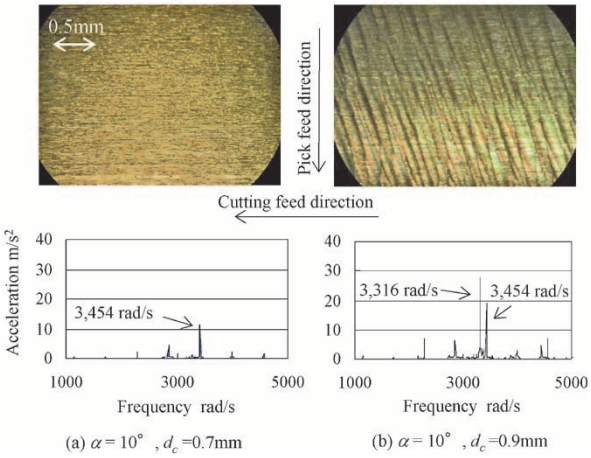

図7 びびり振動の周波数分析結果と加工表面の拡大写真
Fig. 7 Microphotographs of cut surfaces and frequency spectrum of measured vibrations with and without chatter vibration

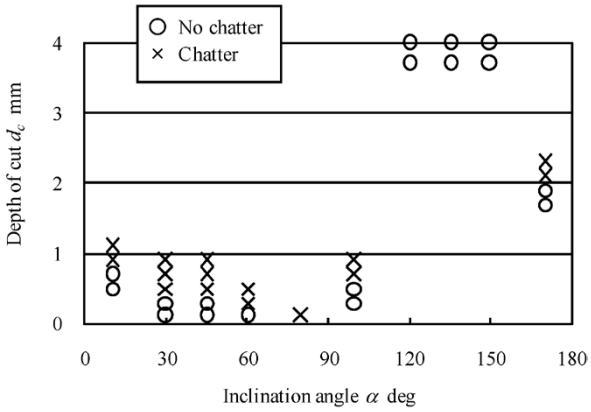

図8 切削実験結果
Fig. 8 Results of cutting experiments

が現れる α >160° では臨界切り込み量は減少することがわかる。

3.2 加工プロセスゲインの解析結果

加工プロセスゲイン fv_{avr} に対する工具傾斜角度 α と切り込み量 d_c の影響を明らかにするため，これらのパラメータ α，d_c を変化させ，表1に示す切削条件，**表2**に示す解析条件で fv_{avr} を算出した。表2に示す比切削抵抗値は，同じ被削材を高剛性治具を介して動力計に固定して切削実験を行うことによりあらかじめ同定した。

加工プロセスゲイン fv_{avr} の解析結果を**図9**に示す。図に示されるように，工具傾斜角度 α によって加工プロセスゲイン fv_{avr} は大きく変化する。図8と比較すると，臨界切り込み量が小さくなる工具傾斜角度と，加工プロセスゲインが大きくなる（すなわちシステムが不安定になる）工具傾斜角度が良く一致している。

図9において，α が120° から150° の間では，切り込み量 d_c の増加によって逆に fv_{avr} が減少している。この興味深い逆転現象は，つぎに述べるように切削方向の変化に起因していると考えられる。本実験では，主軸から見て右回りに正回転しているエンドミルに対し，図2において紙面の手前から奥へ向かう切削送り運動を与えているため，α が90° 以上では切削方向がアップカットになる切削範囲が多くなる。アップカットでは，背分力は工作物を押す方向に作用するが，主分力は反対に引っ張る方向に作用し，これらが相殺するため，結果的に板厚方向の加振力が小さくなる。この相殺効果は切り込み量が大きくなるとより顕著になることから，上記のような現象が導出されたものと考えられる。

一方，α が90° 以下では，ボールエンドミルの頂点付近での切削が加工プロセスゲインを増大させていると考えられる。これは，加工位置が頂点に近づくほど空転期間に対する切削期間の割合が大きくなり（溝切削に近づく），1回転中の平均的な切削力増分が増大するためである。これらの現象に対応し，図8に示されるように，，α が120° から150° の間で臨界切り込み量が極めて大きくなり，逆に80° 近くで極めて小さくなっている。

つぎに，実験結果との比較を行うため，**図10**において傾斜角度 α を横軸に，切り込み量 d_c を縦軸にとり，加工プロセスゲイン $fv_{avr}(d_c)$ の大きさを鳥瞰図で示し，同図に切削実験結果を合わせて示す。図に示されるように，加工プロセスゲインの解析値と切削実験による臨界切り込み量の傾向は良く一致しており，本解析の有効性を確認することができる。

3.3 臨界加工条件の予測結果

あらかじめインパルス応答法によって同定した低剛性工作物の伝達関数から，再生型びびり振動の臨界条件の予測を行った。具体的には，**表3**に示す伝達関数の実部の値を式（16）に代入することにより，工具回転数 n が5,500min^{-1}，びびり振動の周波数 ω_c が3,209rad/sのときの臨界加工プロセスゲイン $fv_{avr}(dc_{lim})$ を予測し得る。

この結果，臨界値は306N/mmとなった。この臨界加工プロセスゲインを図9内の赤線で示す。この値よりも大きな加工プロセスゲインを生じる切り込みでは，再生型びびり振動の発生が予測される。すなわち，臨界加工プロセスゲインを生じる切り込み量を探索することによって，臨界切り込み量を予測することができる。この解析を行った結果を図10内の赤線によって示す。すなわち，赤線よりも切り込み量が大きければ再生型びびり振動が発生し，小さければびびり振動は発生しないことを

表2 測定された伝達関数の角速度および実部と虚部の比較
Table 2 Angular frequency and corresponding negative real part and imaginary part of measured transfer function

Angular frequency ω (rad/s)	3,209
Negative real part $G(\omega)$ (m/N)	-1.63×10^{-6}
Imaginary part $H(\omega)$ (m/N)	-2.02×10^{-6}

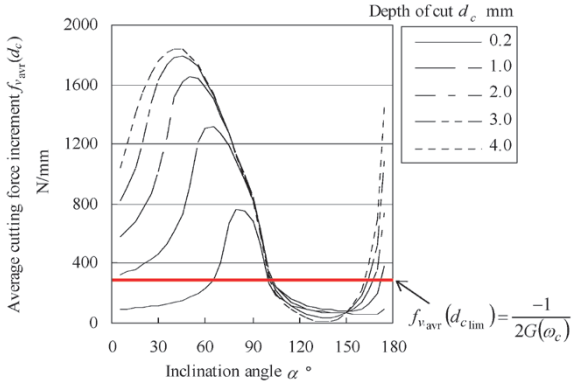

図9 切削抵抗増分 $fv_{avr}(d_c)$ の解析結果
Fig. 9 Calculated result of average cutting force increment $fv_{avr}(d_c)$

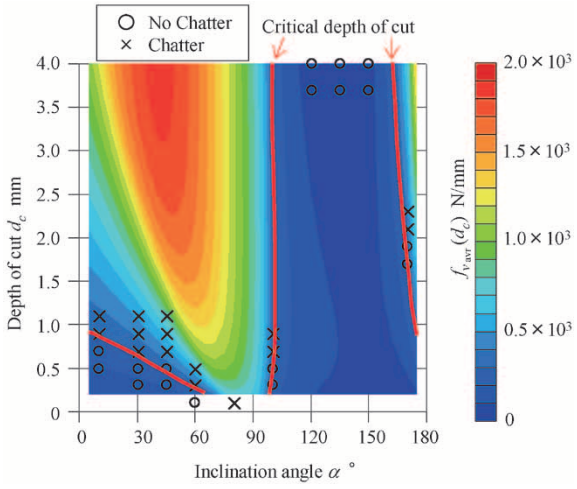

図10 安定限界 dc_{lim} とプロセスゲイン fv_{avr} の予測結果および切込み d_c と工具傾斜角 α を変化させた切削実験結果
Fig.10 Predicted stability limit dc_{lim} and milling process gain fv_{avr}, and experimental results at varied depth of cut d_c and inclination angle α

表3 プロセスゲインの解析条件
Table 3 Conditions for analysis of milling process gain

Depth of cut d_c (mm)	0.1 − 4.0
Displacement Δd (mm)	0.005
Divided angle of tooth $d\phi$ (°)	0.1
Step angle of α (°)	5.0
Tangential specific cutting force K_t (MPa)	1,340
Radial specific cutting force K_r (MPa)	426
Axial specific cutting force K_a (MPa)	352

示している。図10のように，再生型びびり振動安定限界の予測値と実験値は，定量的にも良く一致している。

以上の実験および解析により，ボールエンドミル加工における再生型びびり振動安定限界は，工具傾斜角度によって極めて大きな影響を受けることが明らかになった。したがって，本稿で構築した解析モデルを援用して工具傾斜角度と加工パスを最適化し，近年急速に発展してきた多軸加工を行うことで，インペラなどの低剛性工作物加工の高能率化，低コスト化，仕上げ面品質の向上等に大きく貢献できるものと期待される。

むすび＝本稿では，低剛性の板状工作物をボールエンドミル加工する場合において，切削送り方向周りの工具傾斜角度を考慮し，再生型びびり振動安定限界を予測する方法について検討を行い，以下の成果を得た。

（1）工具傾斜角度を考慮して加工プロセスゲイン，さらに再生型びびり振動安定限界（臨界切り込み量）を予測する数値解析モデルを構築した。

（2）上記モデルにより計算された臨界切り込み量は実験結果と良く一致していることを確認した。

（3）臨界切り込み量は，解析値および実験値ともに工具傾斜角度 α が120°から150°の間で極めて大きくなる。また，傾斜角度 α が90°以下では90°に近づくほど臨界切り込み量が極めて小さくなることがわかった。このことから，工具姿勢および加工パスの設計に際して，本解析モデルを援用することにより，再生型びびり振動の発生を抑制して高能率な加工を実現し得る可能性を示した。

参　考　文　献

1） F. Ismail et al. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2002, Vol.42, p.115.
2） 白瀬敬一ほか. 精密工学会誌. 1998, Vol.64, No.3, p.465.
3） Y. Altintas et al. ASME J. Manuf. Sci. Eng. 1998, Vol.120, p.684.
4） 社本英二ほか. 日本機械学会関西支部講演会講演論文集, 2002, No.024-1, p.3.
5） E. Budak. ASME J. Manuf. Sci. Eng. 2003, Vol.125, No.2, p.29.
6） E. Budak. ASME J. Manuf. Sci. Eng. 2003, Vol.125, No.2, p.35.
7） Y. Altintas et al. Annals of the CIRP, 1995, Vol.44, No.1, p.357.
8） Y. Altintas et al. ASME J. Manuf. Sci. Eng. 1999, Vol.121, p.586.
9） B. Ozturk et al. International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2006 Vol.46, p.728.
10） B. Ozturk et al. International Journal of Machine Tools & Manufacture. 2006, Vol.46, p.736.
11） 社本英二. 日本機械学会講習会－生産加工基礎講座－実習で学ぼう「切削加工，びびり振動の基礎知識」テキスト.（2001-2008）.