

# 柔軟リンク構造物のシミュレーション技術の開発

本家浩一\*・今西悦二郎(工博)\*・菅野直紀(工博)\*・福本幸司\*・廣岡栄子\*\*

\*技術開発本部・機械研究所 \*\*㈱コベルコ科研

## A Study on the Simulation of Flexible Link Mechanics

Koichi Honke・Dr. Etsujiro Imanishi・Dr. Naoki Sugano・Koji Fukumoto・Eiko Hirooka

A dynamic analysis of link structures, including elastic vibration, is presented. A multi node simulation element and a two node element, including large displacement, were developed. These elements were based on the theory of finite rotation, and include geometric stiffness. The stiffness matrix and the inertia matrix were obtained from an FEM model based on the Guyan reduction theory and include large displacement motion. In this paper, we explain the theory of these elements and give some analytic examples.

まえがき = 油圧ショベルやクレーンなどの建設機械, あるいは産業用ロボットなどのリンク構造を含む柔軟構造物において, 近年の CAE 技術の進歩と実用化につれ, それら構造物の大変位挙動を正確にシミュレーションする技術が望まれている。これらの構造物は, その弾性変形や振動挙動が無視できない場合が多く, これを考慮した大変位解析手法が必要となってくる。筆者らは, この問題に対して以前から, 三次元大変位トラスや大変位はりを開発<sup>1)~3)</sup>し, これを非線形動的解析システム SINDYS<sup>4)</sup>に組み込み, 産業用ロボット<sup>5)</sup>や建設機械<sup>6)</sup>などを対象に実用化してきた。

いっぽう, 構造物には, 単純なトラスやはりではモデル化が困難なものも多く, これらについても精度良く解析する手法が必要と考えられる。また, このような複雑な構造物の弾性特性や慣性特性を効率よくかつ精度良く算定するには FEM によるモデリングが適している。そこで本稿では, 新たに開発した柔軟構造物の大変位挙動解析手法について述べる。この解析手法は, FEM により生成された剛性マトリクス, 慣性マトリクスを低次元化し, これをもちいて大変位挙動解析をおこなうもので, 大変形を考慮した新たな FEM コードを構築する必要がなく, 既存の FEM ソフトを複雑な構造物のモデリングに流用できる特徴を有している。本稿では, この大変位挙動解析の理論と, これをもちいたいくつかの解析例について述べる。

### 1. 理論解析

区分線形化された動的システムの運動方程式は次のような 2 階微分方程式の形で記述される<sup>4)</sup>。

$$[M_L + M_N] \ddot{u} + [C_L + C_N] \dot{u} + [K_L + K_N] u = F - F_N \dots (1)$$

ここで,  $u$  は状態量ベクトル,  $F$  は外力ベクトル,  $M_L$ ,  $C_L$ ,  $K_L$  は線形の慣性, 減衰, 剛性マトリクス,  $M_N$ ,  $C_N$ ,  $K_N$  は非線形の慣性, 減衰, 剛性マトリクス,  $F_N$  は非線形部分によって生じる補正外力ベクトルである。

SINDYS では, 通常の有限要素法と同様に, 系全体を有限個の要素に分割し, 個々の特性を表すパラメータおよび要素座標や結合状態を定義すれば式 (1) に示す系

全体の運動方程式が自動的に組立てられる。さらに, これを数値積分することにより非定常の応答解析結果がえられる。

本稿では, この SINDYS の要素として柔軟構造物の大変位挙動解析が可能な大変位 2 節点要素および大変位多節点要素を追加し, 任意の弾性・慣性挙動をもつ要素でモデル化された構造物の大変位動的解析をおこなうが, 本章ではこれらの要素についての解析理論について述べる。この理論は前田・林らが提案した部材の有限な回転を厳密に記述する回転行列<sup>7)</sup>, さらに回転行列と新たに先行状態における要素の節点間寸法と要素部材力より定まる幾何剛性を導入して三次元骨組み構造の大変形解析をおこなった後藤の研究<sup>8)</sup>をもとに, 動的な問題に発展させ, さらに筆者らが提案する大変位運動を考慮した低次元化理論<sup>9)</sup>を応用したものである。

#### 1.1 大変位運動を考慮した低次元化手法<sup>9)</sup>

本方法では低次元化された要素の剛性マトリクスや慣性マトリクスを, FEM モデルを Guyan の静縮小<sup>11)</sup> (いわゆる NASTRAN などにおけるスーパーエレメントに類するもの) をもちいて低次元化することによりえるが, 通常 Guyan の静縮小理論は微小変形を仮定し, 消去する各節点の加速度を, 静たわみから求まる微小変位で近似するため, 剛体回転運動により発生する加速度を考慮することができない。そこでこれを考慮した静縮小方法が必要となる。ここでは大変位運動を考慮した低次元化手法について述べる。

有限要素法の質量モデルを集中質量モデルとすると, 節点  $i$  の慣性マトリクスは

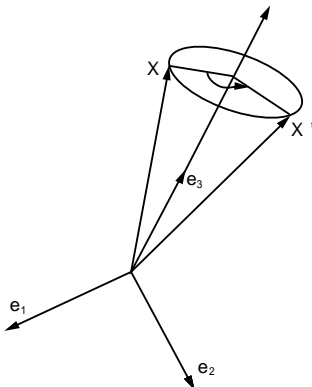
$$M_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 \\ 0 & I_i \end{bmatrix}, m_i = \begin{pmatrix} m_i & 0 \\ 0 & m_i \end{pmatrix} \dots (2)$$

となる。さらに節点変位  $u$  を, 剛体回転による成分  $u_R$  と, 微小変形による成分  $u_E$  とに分けて考え, また物体の剛体回転速度を  $\dot{u}_R$  とする。

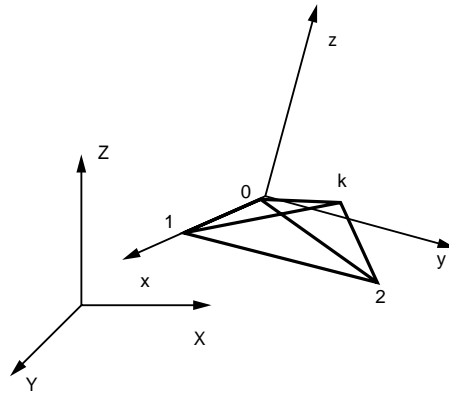
$$u = u_R + u_E \dots (3)$$

$$\dot{u} = \dot{u}_R + \dot{u}_E \dots (4)$$

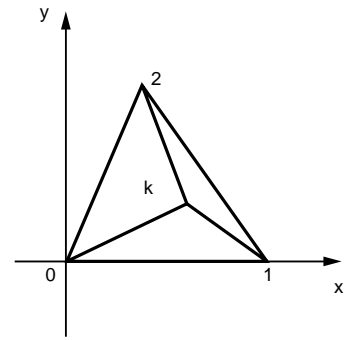
消去する自由度に  $a$  残す自由度に  $b$  の添え字を付けるとその物体の運動方程式は次式のように表される。



第1図 有限回転ベクトル  
Fig. 1 Finite rotation vector



第2図 多節点要素の要素座標系  
Fig. 2 Element coordinate system of multi nodes element



$$\begin{bmatrix} M_a & 0 \\ 0 & M_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{Ra} + \ddot{u}_{Ea} \\ \ddot{u}_{Rb} + \ddot{u}_{Eb} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a & K_{ab} \\ K_{ab}^T & K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{Ra} + u_{Ea} \\ u_{Rb} + u_{Eb} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{H}_{NLa} \\ \dot{H}_{NLb} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a \\ f_b \end{Bmatrix} \dots (5)$$

ここで,

$$H_{NLi} = \begin{bmatrix} 0 \\ x(l_i) \end{bmatrix} \dots (6)$$

は角運動量の時間微分値の非線形項である。この運動方程式に Guyan の静縮小理論を適用し、式を変形していくと、大変位運動を考慮して低次元化された運動方程式が次式のようにえられる<sup>9)</sup>。

$$\bar{M}u_b + \bar{K}u_b = T^T f_a + f_b - (T^T M_a [\dot{\alpha}_a - T \dot{\alpha}_b] + T^T l_a + l_b) \dot{\alpha} \dots (7)$$

ここで、を付けたマトリクス

$$\begin{aligned} \bar{M} &= T^T M_a T + M_b \\ \bar{K} &= T^T M_a T + T^T K_{ab} + K_{ab}^T T + K_b \\ (T &= -K_a^{-1} K_{ab}) \dots (8) \end{aligned}$$

は、通常の静縮小理論でえられる静縮小マトリクスに等しく、右辺第3項が大変位運動を考慮したことによりえられる非線形項である。ただしこの項において

$$\hat{r}_i = \begin{bmatrix} 0 & -x_i & -x_i & y_i & 0 & z_i \\ -y_i & 0 & -y_i & x_i & z_i & 0 \\ -z_i & -z_i & 0 & 0 & y_i & x_i \end{bmatrix} \dots (9)$$

$$\hat{r}_a = [\hat{r}_{a1}^T \hat{r}_{a2}^T \dots \hat{r}_{a1}^T], \hat{r}_b = [\hat{r}_{b1}^T \hat{r}_{b2}^T \dots \hat{r}_{bm}^T]$$

$$\hat{r}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_{iyz} & -l_{iyz} & l_{ixz} & -l_{iyy} + l_{izz} & -l_{ixy} \\ -l_{ixz} & 0 & l_{ixz} & -l_{iyz} & l_{ixx} & -l_{izz} \\ l_{ixy} & -l_{ixy} & 0 & -l_{ixx} + l_{iyy} & -l_{ixz} & l_{iyz} \end{bmatrix} \dots (10)$$

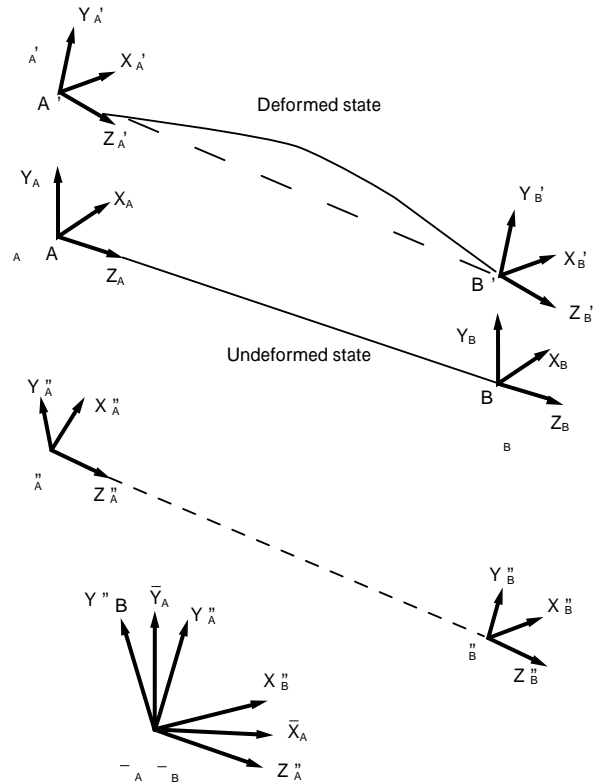
である。

このようにして、要素の低次元化された慣性マトリクスおよび剛性マトリクス  $\bar{M}$   $\bar{K}$  が求まる。また式(7)の右辺第3項を各解析ステップごとに線形化すれば、非線形の粘性マトリクス  $\bar{C}$  が求まり、これらを要素座標系から全体座標系に座標変換することにより、慣性・減衰・剛性マトリクスおよび補正外力がえられる。

## 1.2 大変位要素<sup>9),10)</sup>

### 1.2.1 有限回転行列

三次元空間における有限変位を厳密に取り扱うため、前田・林が提案した回転行列<sup>7)</sup>をもちいると、第1図に



第3図 2節点要素の要素座標系  
Fig. 3 Element coordinate system of two nodes element

示す節点に固定された任意ベクトル X がベクトル X を中心として有限な角  $\alpha$  だけ回転した後のベクトル X は次式により X と関係づけられる。

$$X' = L X \dots (11)$$

$$L = E \cos \alpha + (1 - \cos \alpha) e_3 e_3^T - e_3 \times E \sin \alpha \dots (12)$$

ここで E は単位行列、 $e_i$  は単位ベクトルである。この回転行列をもちいて要素座標系の座標変換をおこなう。

### 1.2.2 要素座標系の定義

大変位要素においては、変形後の節点変位が、要素座標の移動にともなう剛体変位と要素の微小変位理論による弾性変形からなるというのが基本概念である。そこで、まず大変位多節点要素および大変位2節点要素における要素座標系を定義する。

〔大変位多節点要素〕

$n+1$  ( $n \geq 2$ ) 個の節点をもつ多節点要素を考える。第2図に示すように各節点を0からkとし、この要素

の要素座標系を、0を原点、直線01をx軸、節点0,1,2で決まる平面をxy平面とする右手直交座標(x,y,z)として定義する。ここで0,1,2は同一直線上にないものとする。このようにしてえられる要素座標系は、変形後においても同様に変形後の節点座標をもちいて要素座標系を定義することが可能である。

〔大変位2節点要素〕

2節点要素の場合、多節点要素のように節点座標のみでは要素座標系を定義することができないので、以下のような座標系を定義することにより、変形後の座標系を定義する。すなわち、第3図に示すように、変形前の座標系 A, B から変形後の座標系 A', B' へ座標変換をおこなう。つぎに、座標系 A, B のZ軸を弦A'B'に一致するように座標変換をおこなう。このときえられる座標系を A'', B'' とする。最後にZ軸が A'', B'' のZ軸で、Y軸がこれら二つの座標系のY軸の中間方向となるように座標変換をおこなうことにより変形後の要素座標系  $\tilde{A}, \tilde{B}$  が定義される。

1.2.3 幾何剛性マトリクスの導出

先行状態の要素座標系における要素の接線幾何剛性マトリクス  $K_G$  は次のようにして求める。すなわち、先に示した変形後の要素座標系の定義と有限回転行列をもちいと、要素座標系の剛体回転変位が求まり、これより要素の剛体回転成分を除いた弾性変形による節点回転角

および要素寸法増分  $s$  を節点変位の2次の項まで考慮して求める。これらを先行要素力  $[V_{xi}, V_{yi}, V_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}]$  と要素変形増分  $[s, \dots]$  によるポテンシャルエネルギー

$$= \sum_{i=0}^n (s_{xi}V_{xi} + s_{yi}V_{yi} + s_{zi}V_{zi} + x_iM_{xi} + y_iM_{yi} + z_iM_{zi}) \dots (13)$$

に代入し、変位に関して2回微分することにより  $K_G$  がえられる。すなわち、

$$[\Delta x_k \quad \Delta y_k \quad \Delta z_k \quad \Delta x_{k+1} \quad \Delta y_{k+1} \quad \Delta z_{k+1}] = [\Delta d_{6k+1} \quad \Delta d_{6k+2} \quad \Delta d_{6k+3} \quad \Delta d_{6k+4} \quad \Delta d_{6k+5} \quad \Delta d_{6k+6}] \dots (14)$$

とおくと、 $K_G$  の各成分は次式で求めることができる。

$$K_{Gij} = \frac{\partial^2}{\partial d_i \partial d_j} \dots (15)$$

よって、先行状態の要素座標系に関する運動方程式は

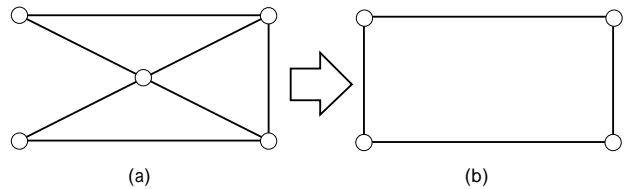
$$\overline{M}\ddot{u}_i + C\dot{u}_i + [K + K_G]u_i = \overline{f}_{Ni} \dots (16)$$

と表される。ここで、 $\overline{u}_i, \overline{f}_{Ni}$  はそれぞれ要素座標系で定義された状態量、および非線形部分により生じる補正外力である。これを、各解析ステップごとに要素座標系から全体座標系へ座標変換することにより、全体系の運動方程式に組み込むことができる。

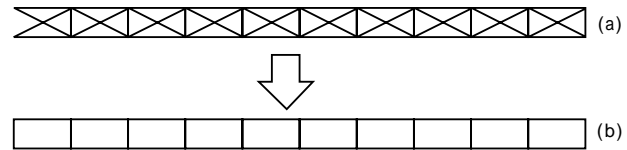
2. 解析例

前章で説明した要素をもちいていくつかの解析例について示す。ここでは第4図(a)に示すような、ラーメン構造ユニットを考え、これが直列に結合した、第5図(a)のような構造物を解析する。ラーメン構造ユニットを第4図(b)のような4節点要素とし、第5図(b)のようにモデル化し、種々のケースについて、本稿で提案する大変位解析手法をもちいて解析をおこなう。

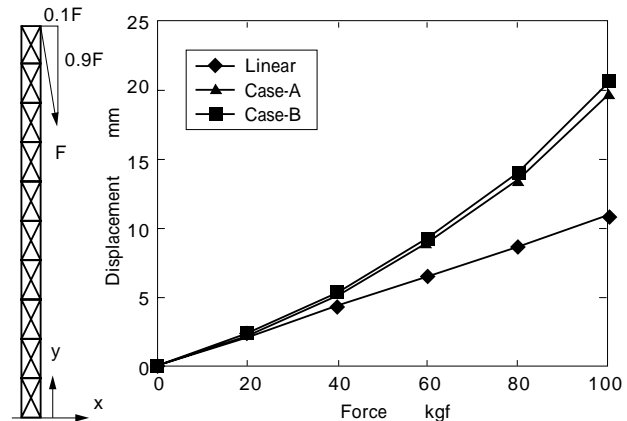
まず、最初に第6図に示すように、下端を固定し上



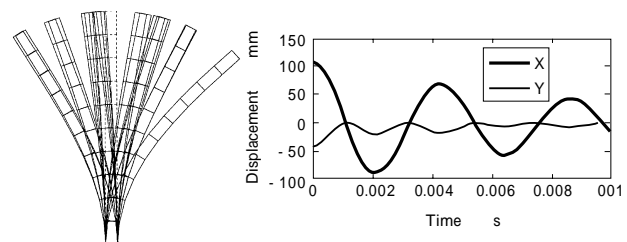
第4図 ラーメン構造ユニット  
Fig. 4 Unit of ramen structure



第5図 解析モデル  
Fig. 5 Analysis model



第6図 例1：先端部の水平変位  
Fig. 6 Example 1: Displacement of top of model

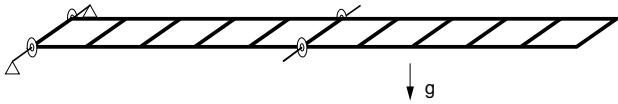


第7図 例2：大変形自由振動応答  
Fig. 7 Example 2: Free vibration of large deformation

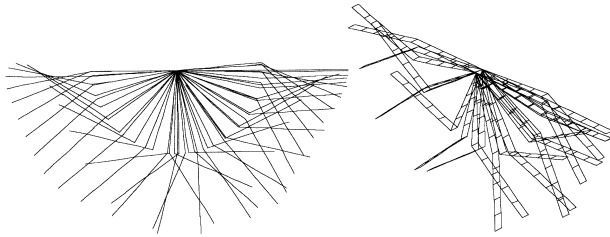
端部に図示するような外力を作用させたときの先端部変位を解析した(例1)。この外力Fを増加させていったときの荷重-変位関係を第6図に示す。Case-Aは大変位多節点要素で、Case-Bは従来の大変位はり要素でモデル化した場合で、両者ともほぼ同様の変位挙動を示しており、荷重が増加するにしたがい、鉛直方向力の非線形効果が現れ、線形解析解にくらべたわみが大きくなることわかる。

また、例1と同様に下端部を固定し、上端部に水平方向に初期外力を与えて、大たわみを起こさせた後、外力を解放し、このときの自由振動応答を解析した(例2)。第7図に変形挙動図と上端部のx,y方向変位の時刻歴応答を示す。大変形しながら振動をおこなっている様子がわかる。また、大変形解析のため、y方向にも変位を生じている。

次に、第8図に示すように、この構造物の一端およ



第8図 例3：柔軟二重振り子  
Fig. 8 Example 3: Elastic double pendulum

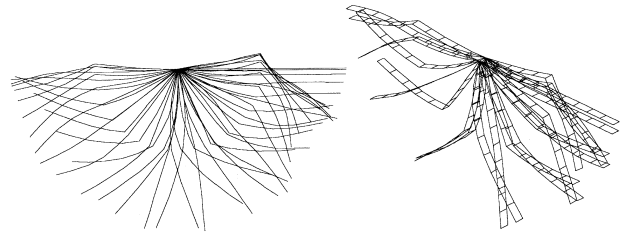


第9図 二重振り子挙動図(剛性大)  
Fig. 9 Animation of double pendulum (rigid)

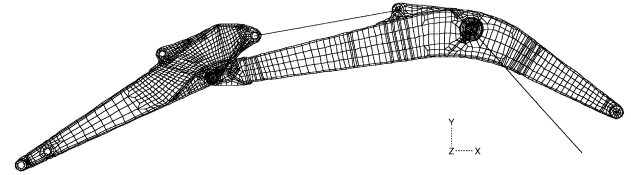
び中央部をピン結合し、重力による2重振り子運動の解析をおこなった(例3)。第9図は要素の剛性が大きい場合の結果で、剛体2重振り子の運動方程式を解いた結果と良い一致を示した。また、第10図は剛性を非常に小さくした場合の挙動図で、部材が弾性大変形しながら振り子運動をおこなっている様子がわかる。

最後に、実構造物に対する適用例として、油圧ショベルアタッチメントの挙動解析をおこなった。第11図に示すようなFEMでモデル化されたアーム・ブームを低次元化し、油圧系との連成解析を実施した。第12図に、適当なレバー操作入力を与えたときの、アタッチメントの挙動図を示す。このような解析をおこなうことにより、油圧回路の設計検討や、性能評価をおこなうことができる。また、低次元化の際に消去した節点の変位を逆変換により再生することにより、動的挙動時の応力・歪み評価を実施することも可能である。

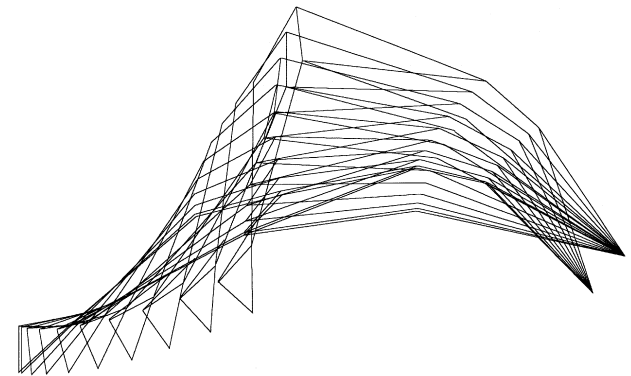
むすび=柔軟リンク構造物の大変位運動挙動の解析をおこなうために、大変位多節点要素・大変位2節点要素を開発し、非線形動的挙動解析システム“SINDYS”に機能追加した。本稿では柔軟構造物の大変位運動解析の基本となる幾何剛性マトリクス、およびFEMデータより要素マトリクスを求めるための大変位運動を考慮した低次元化手法についてその概略理論について説明した。また、これをもちいたいくつかの解析例についても示した。本手法をもちいることにより、構造物のモデリングを詳細なFEM解析により求めることができ、また時刻応答は低次元化したモデルにより解析するため、精度よくかつ効率よく柔軟構造物の大変位運動解析をおこなうことができる。



第10図 二重振り子挙動図(剛性小)  
Fig. 10 Animation of double pendulum (flexible)



第11図 油圧ショベルアタッチメントFEMモデル図  
Fig. 11 FEM model of attachment of hydraulic shovel



第12図 油圧ショベル挙動図  
Fig. 12 Animation of hydraulic shovel

#### 参考文献

- 1) 頭井 洋ほか：機械学会論文集，Vol.52，No.483C(1986)，p.2814.
- 2) 今西悦二郎ほか：機械学会論文集，Vol.53，No.492C(1987)，p.1711.
- 3) 廣岡栄子ほか：機械学会論文集，Vol.57，No.534C(1991)，p.625.
- 4) 藤川 猛ほか：R&D 神戸製鋼技報，Vol.34，No.3(1984)，p.109.
- 5) 廣岡栄子ほか：R&D 神戸製鋼技報，Vol.43，No.1(1993)，p.14.
- 6) 頭井 洋ほか：R&D 神戸製鋼技報，Vol.37，No.4(1987)，p.45.
- 7) 前田幸雄ほか：土木学会論文集，Vol.253(1976)，p.13.
- 8) 後藤茂夫：土木学会論文集，Vol.335(1983)，p.1.
- 9) 本家浩一ほか：機械学会講演論文集，Vol.96，No.5(1)B(1996)，p.437.
- 10) 本家浩一ほか：機械学会講演論文集，Vol.97，No.10B(1997)，p.372.
- 11) 長松昭男ほか：部分構造合成法，(1991)，p.73，培風館.