

スクリュ圧縮機ロータ系の衝突振動解析

吉村省二

機械本部・開発部

Impact Vibration Analysis of Screw Compressor Rotor Systems

Shoji Yoshimura

Oil-flooded screw compressor rotation involves contact between the corresponding male and female rotors. As gas pressure rises in the grooves of the rotor, a periodically fluctuating torque occurs. Impact vibration between the male and female rotors is induced by this torque. In this report, impact vibration analysis is carried out. The stable region of this periodical impact vibration, which causes compressor noise, was analyzed. With the exception of this region, impact-damped vibration only occurs when the compressor is driven quietly.

まえがき = 油冷式スクリュ圧縮機は雄雌一對のねじれたロータが互いに接触しながら回転する構造をしている。ロータにはガス圧により周期的に変動するトルクが発生する。そのためロータ同士が歯面分離を起こし、圧縮機の振動、騒音に大きな影響を及ぼす。

本稿では、スクリュロータ系の衝突振動解析をおこない、ロータのトルク変動と衝突振動の関係を導き出す。また、その解析に基づき、衝突振動が発生しにくい新歯形を開発し、従来歯形と運転結果の比較をおこなう。

1. スクリュロータ振動系のモデル化

油冷式スクリュ圧縮機において、雄ロータはカップリングを介してモータと結合されており、雄ロータが雌ロータを直接駆動している。第1図はロータの断面形状を示している。ロータは矢印方向に回転し、雄ロータと雌ロータの間にはわずかなすきまがある。

ロータには第2図のように周期が t_0 ののこぎり状の変動トルクが作用する。横軸は時間である。トルクの不連続変化点での時間を $\bar{t}=0$ とする。そのため、 $\bar{t}=t_0$ は次の外力周期の起点 $\bar{t}=0$ を意味する。また縦軸はトルクで、ロータ回転方向に働く場合を正とする。 T_{F1} は雌ロータに作用する平均トルク、 T_{M1} は雄ロータに作用する平均トルクで負の値である。また、 T_{F2} は雌ロータに作用するトルクの片振幅、 T_{M2} は雄ロータに作用するト

ルクの片振幅である。ロータに第2図のようなトルクが作用する場合のロータの挙動を調べる。ここで、ロータは剛体と考える。

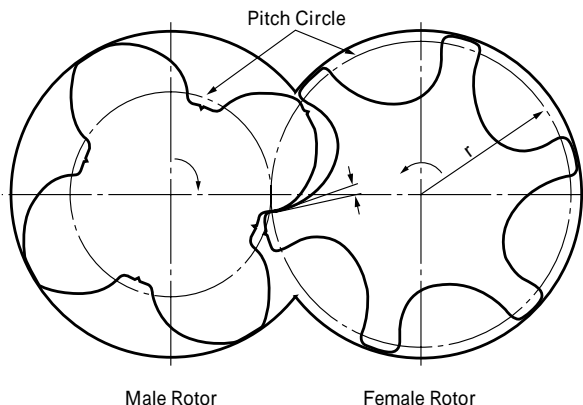
2. スクリュロータの衝突振動特性¹⁾²⁾

スクリュ圧縮機の騒音、振動はロータ同士の衝突振動と密接な関係がある。本章は、ロータ同士の周期振動、カオス振動などの衝突振動特性について調べる。しかし、雄雌両ロータの挙動を調べることは複雑であるため、ここでは、雄ロータの振動を無視して、雌ロータの振動のみに注目する。一般的に雄ロータの慣性モーメントは雌ロータにくらべて大きく、雄ロータに作用する変動トルク、およびロータ衝突による振動が無視できる場合がある。そのため、近似的には雄ロータの挙動を無視しても、振動の定性的な特性は大きくは変わらないと考えられる。

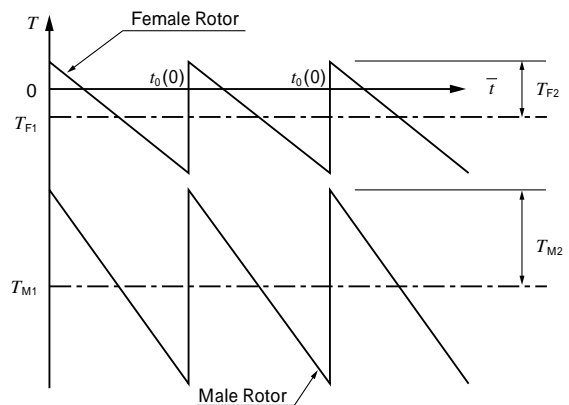
ただし、後述するがロータの衝突振動防止に必要な周期振動の安定領域に関しては正確に調べる必要があるため、両ロータの挙動を考慮した結果を3章で述べる。

2.1 雄ロータ振動を無視した場合の雌ロータの運動方程式

雌ロータの運動方程式を導く。雄ロータの振動が無視でき、雄ロータが一定回転数で回転しているとする。雌ロータが雄ロータに完全に接触している場合、雌ロータの回転角は $N_M/N_F \times t$ で表される。ここで、 N_M は



第1図 スクリュ歯形形状
Fig. 1 Rotor profile



第2図 ロータに作用するトルク
Fig. 2 Rotor torque

雄ロータの歯数, N_F は雌ロータの歯数である。しかし, 歯面分離を起こしているため, 雌ロータの回転角は $N_M/N_F \times t + \varphi$ となる。ここで φ は歯面分離したことにより, 雌ロータが回転した角度で, 変動回転角と呼ぶ。以下の解析はこの φ に関しておこなう。

雌ロータの運動方程式は式(1)で表される。

$$I_F \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = T_{F1} + T_{F2}(1 - 2\bar{t}/t_0) \dots \dots \dots (1)$$

ただし, $0 \leq \bar{t} < t_0$ かつ $0 \leq \varphi \leq \pi$ である。

ここで,

- φ : 雌ロータの変動回転角
- I_F : 雌ロータ慣性モーメント
- T_{F1} : 雌ロータに作用する平均トルク (< 0)
- T_{F2} : 雌ロータに作用するトルクの片振幅 (> 0)
- t_0 : トルクの変動周期
- \bar{t} : ロータ間すきま
- r : 雌ロータピッチ円半径
- φ : φ / r

式(1)を以下のように無次元化する。

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = f_1 + f_2(1 - 2t) \dots \dots \dots (2)$$

ここで, $0 \leq t < 1$ かつ $0 \leq x \leq 1$ である。式(1)と比較して各パラメータは以下の無次元量で表される。

- $x = \varphi / r$
- $t = \bar{t} / t_0$
- $f_1 = t_0^2 T_{F1} / I_F$ ($f_1 < 0$)
- $f_2 = t_0^2 T_{F2} / I_F$ ($f_2 > 0$)

この方程式によって表される系の挙動は第3図のように1質点の1方向への振動とみなすことができる。つまり, 上下に間隔が1の壁があり, その間に x 方向に力

$$f = f_1 + f_2(1 - 2t)$$

が作用する場合の質点の振動である。

2.2 周期振動の形態

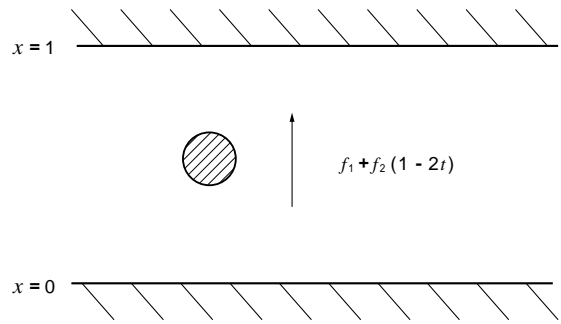
質点が周期的に壁に衝突する周期振動には第4図(a)~(d)のような形態がある。横軸は時間 t で $t=1, 2, \dots$ は外力不連続変化点である。また, 縦軸は x である。

ここで, 衝突形態を (J, K, L, M) 振動と表現する。

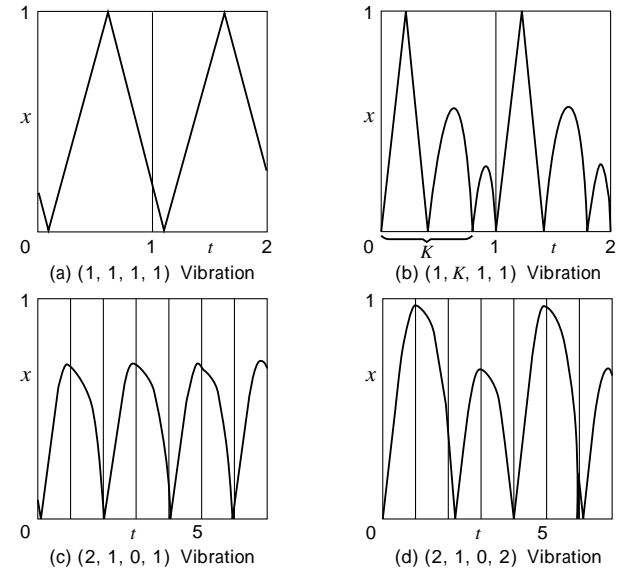
- J : 外力周期
- K : 下壁に衝突する回数
- L : 上壁に衝突する回数
- M : 振動の分枝数

これは外力 J 周期の間に下壁に K 回, 上壁に L 回衝突する分枝数が M の振動を表す。分枝数については後述する。

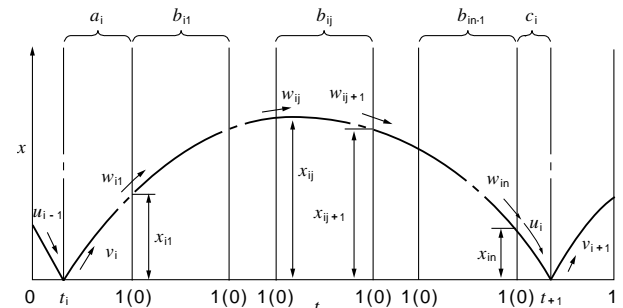
第4図(a)は外力1周期の間に上下壁に1回ずつ衝突する振動で $(1, 1, 1, 1)$ 振動, 同図(b)は外力1周期の間に上壁に1回, 下壁に K 回 ($K=2, 3, \dots$) ずつ衝突する振動で $(1, K, 1, 1)$ 振動, 同図(c)は外力2周期の間に下壁に1回衝突する振動で $(2, 1, 0, 1)$ 振動, 同図(d)は外力2周期の間に下壁に1回衝突するが2種類の異なる波形が交互に現れる振動で, この波形の種類を分枝数と呼ぶ。すると, 同図(d)は $(2, 1, 0, 2)$ 振動で表される。



第3図 衝突振動モデル
Fig. 3 Impact vibration model



第4図 周期振動形態
Fig. 4 Periodical vibration mode



第5図 $(n, 1, 0, 1)$ 振動における質点の動き
Fig. 5 Motion of object at $(n, 1, 0, 1)$ Vibration

ここで, 分枝数 M について説明する。第4図(c)の振動状態において, パラメータ f_1, f_2 などを変化させると, 同図(d)のように振動波形が変化していく場合がある。この場合は, まず2種類の振動波形が交互に現れる。通常分枝をおこすと, 分枝数が $2, 4, 8, 16, \dots$ のように倍増し, 最終的にカオス振動となる。

2.3 $(n, 1, 0, 1)$ 振動の周期振動解

本稿では, $(n, 1, 0, 1)$ 振動の導出方法について述べる。第5図は周期振動における質点の動きを示している。横軸は時間 t , 縦軸は x である。外力変化点と次の外力変化点の1周期時間を区間と呼ぶ。各区間において外力周期 t_0 で無次元化されたはじめの時間は0, 終わりの時間は1である。i番目の下壁への衝突時間を t_i , 衝

突前の速度を u_{i-1} , 衝突後の速度を v_i とする。

外力 n 周期ごとに衝突するため、衝突と衝突の間に $n-1$ 周期下壁に衝突しない区間がある。その区間を b_{ij} ($j=1\sim n-1$) とする。 i 番目の衝突から区間 b_{ij} までの部分を a_i , 区間 $b_{ij}-1$ から $i+1$ 番目の衝突までの部分を c_i とする。区間 b_{ij} と b_{ij+1} の境界における質点の位置を x_{ij+1} , 速度を w_{ij+1} とする。

($n, 1, \rho, 1$) 振動は $a_i, b_{ij}, \dots, b_{in-1}, c_i$ の区間からなる。各部分の両境界における質点の位置, 速度の関係は以下の式で表される¹⁾。

【 a_i 部】

$$w_{ij} = (f_1 + f_2)(1 - t_i) - f_2(1 - t_i^2) + v_i \dots\dots\dots (3)$$

$$x_{ij} = (f_1 + f_2)(1 - t_i)^2 / 2 - f_2(1 - t_i)(1 + 2t_i) / 3 + v_i(1 - t_i) \dots (4)$$

【区間 b_{ij} 】 ($j=1\sim n-1$)

$$w_{ij+1} = f_1 + w_{ij} \dots\dots\dots (5)$$

$$x_{ij+1} = f_1/2 + f_2/6 + w_{ij} + x_{ij} \dots\dots\dots (6)$$

【 c_i 部】

$$-v_{i+1}/R = (f_1 + f_2)t_{i+1} - f_2 t_{i+1}^2 + w_{in} \dots\dots\dots (7)$$

$$0 = (f_1 + f_2)t_{i+1}^2 / 2 + f_2 t_{i+1}^3 / 3 + w_{in} t_{i+1} + x_{in} \dots\dots\dots (8)$$

$t = t_{i+1}$ において, 壁の反発係数を R とすると,

$$v_{i+1} = -Ru_i \dots\dots\dots (9)$$

の関係がある。周期振動解は $t_{i+1} = t_i, v_{i+1} = v_i$ として, 式(3)~(9)を解くことによりえられる。すなわち, 周期振動解は次式で表される。

$$t_i = -\frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{\frac{1}{3} - 2r \left(1 - \frac{2R}{R+1} \right) \frac{f_1}{f_2}} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$v_i = \frac{R}{R+1} r f_1 \dots\dots\dots (11)$$

2.4 周期振動解の安定性

式(10), 式(11)で表される周期振動解の安定性について調べる。式(3)~(9)は (t_i, v_i) から (t_{i+1}, v_{i+1}) への二次元写像である。この写像のヤコビアン $[J_i]$ において, Schur の定理⁵⁾により次式を満たすとき解が安定となる。

$$|\text{de}[J_i]| \leq 1 \dots\dots\dots (12)$$

$$|\text{tr}[J_i]| \leq 1 + \text{de}[J_i] \dots\dots\dots (13)$$

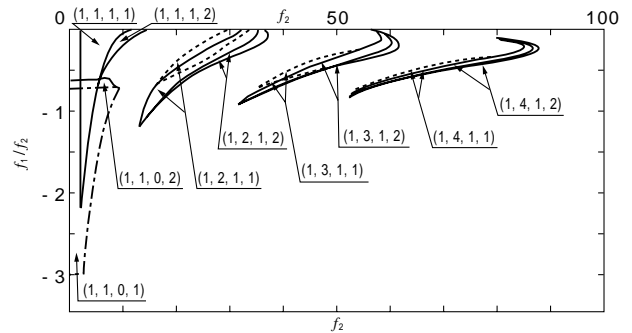
式(12)および式(13)を解くことにより, 周期振動解の安定領域は次式で表される¹⁾。

$$\frac{2(1+R^2)f_1}{(1+R)^2 f_2} \leq \pm \sqrt{\frac{1}{3} - 2r \left(1 - \frac{2R}{R+1} \right) \frac{f_1}{f_2}} \leq 0 \dots\dots\dots (14)$$

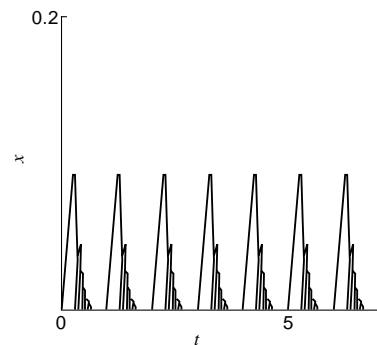
ほかの振動形態も同様に周期振動解, およびその安定領域を求めることができる。ここで, $R=0.8$ として, 各周期振動の安定領域について計算した結果を第6図に示す。横軸は f_2 , 縦軸は f_1/f_2 , 実線および破線の内側が両歯面が衝突する振動の安定領域, 一点鎖線の内側が駆動側歯面のみが衝突する振動の安定領域である。

2.5 数値計算結果

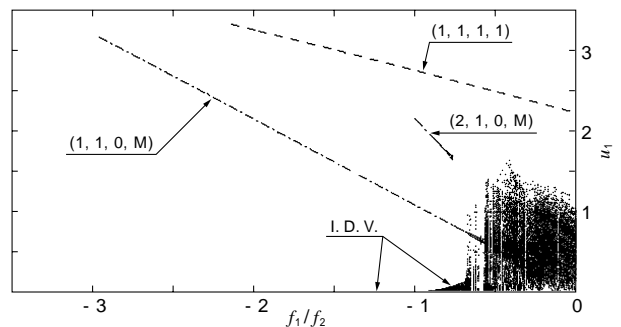
スクリュロータにおいて, 第6図で示した周期振動の安定領域(図中の各カーブで囲まれた領域内)に f_1, f_2 がある場合, 安定した衝突振動を起こし圧縮機の振動, 騒音の原因となる。しかし, 非線形振動であるため, 複雑な振動特性を示す。そこで, 数値計算によりスクリュロータの振動特性を調べる。



第6図 周期振動の安定領域
Fig. 6 Stable region of periodical vibration



第7図 衝突減衰振動
Fig. 7 Impact damped vibration



第8図 衝突速度
Fig. 8 Impact velocity

2.5.1 衝突減衰振動

質点の振動において周期振動の安定領域であっても, 初期値によっては第7図のような振動を起こす場合がある。外力1周期内に衝突振動を繰り返し, 最終的に質点が $x=0$ に接触して動かない状態になる振動である。この振動は, $f_1/f_2 \leq -0.63$ の範囲で存在し¹⁾, 衝突減衰振動 I. D. V. (Impact damped vibration の略) と呼ぶ。

衝突減衰振動はロータ同士の衝突速度が周期振動にくらべて小さく, 圧縮機の低騒音, 低振動化に重要な役割を果たす。

2.5.2 スクリュロータの衝突速度

ロータ同士の衝突速度のシミュレーション結果を第8図に示す。第8図は f_2 を一定 ($=1.93$) にして f_1/f_2 を変化させた場合の各定常振動の衝突振動の変化を示している。横軸 f_1/f_2 , 縦軸は衝突速度 u_1 である。

f_2 を一定にして, f_1/f_2 つまり f_1 を変化させる理由は, f_2 はおもに圧縮機の運転条件により決まりコントロールで

きないが、 f_1 はスクリュ歯形によりある程度コントロールできるからである。

このグラフから衝突減衰振動は $f_1/f_2 > -0.63$ でカオス振動、 $f_1/f_2 \leq -1$ でロータ同士が完全に接触し、衝突速度が 0 となる。周期振動は衝突減衰振動にくらべて衝突速度が大きい、 $f_1/f_2 \leq -3$ では第 6 図より周期振動の安定領域がなくなり、衝突による騒音、振動がなくなる。

2.5.3 周期振動への捕捉領域

スクリュ圧縮機において、運転条件 $f_1/f_2, f_2$ が変化しなくても、音が急変することがある。この原因として以下のことが考えられる。

第 6 図において、たとえば $f_1/f_2 = -0.7, f_2 = 1.93$ の場合、 $(1, 1, 0, 1)$ 振動、 $(1, 1, 1, 1)$ 振動、衝突減衰振動の 3 種類の定常振動が同時に存在する。振動がどの定常振動に捕捉されるかは、初期値 t_1, v_1 により決まる。第 9 図 (a) は $(1, 1, 0, 1)$ 振動、同図 (b) は $(1, 1, 1, 1)$ 振動への捕捉領域を示す。横軸は t_1 、縦軸は v_1 を $(1, 1, 1, 1)$ 振動の衝突速度後 v_p で除した値である。第 9 図 (a) において黒い部分は $(1, 1, 0, 1)$ 振動への捕捉領域である。また同図 (b) において黒い部分は $(1, 1, 1, 1)$ 振動への捕捉領域である。両図において、共通して白い部分は衝突減衰振動への捕捉領域を示している。この図からわかるように初期値のわずかな変化により捕捉される定常振動形態が異なってくる。

したがって、圧縮機の音が急変する理由として、運転中の外乱によりロータの衝突時間、速度が変化して、他の定常振動に捕捉され衝突速度が急変したものと考えられる。

2.5.4 倍周期分岐

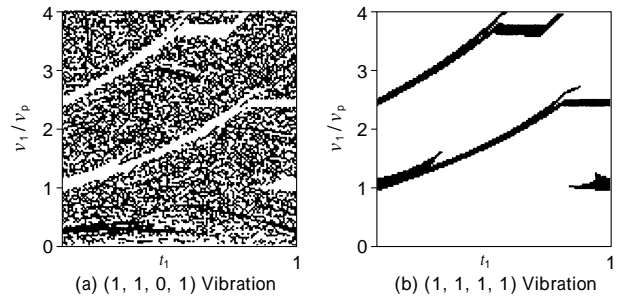
$(1, 1, 0, 1)$ 振動において、 f_1/f_2 を徐々に変化された場合の衝突時間の変化を第 10 図に示す。横軸は f_1/f_2 、縦軸は t_1 である。 f_1/f_2 を 0 に近づけていくと、線が二つに分かれる。つまり、倍周期分岐を起こし、分岐数 M が 1 から 2 に変化する。そして、さらに倍周期分岐を繰り返して -0.582 付近でカオス状態になる。

ここで、周期 2^n から 2^{n+1} に倍周期分岐が起こる f_1/f_2 を n とする。ここで、

$F_n = (n - n_{n-1})(n_{n+1} - n) \dots \dots \dots (15)$
とする。Feigenbaum カスケードにしたがうと、 n で F_n は 4.66920... に収束することが知られている⁶⁾。第 11 図は F_7 まで計算した結果を示す。横軸は n 、縦軸は F_n である。このグラフから十分収束したとはいえないが、Feigenbaum 数に近づいており、Feigenbaum カスケードにしたがうと考えてよい。

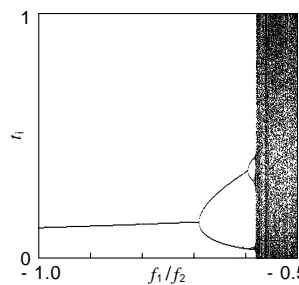
3. 新歯形の開発

第 2 章では振動特性を調べるため、雄ロータの振動を無視した場合の振動解析をおこなった。本章では、振動の起きにくい新歯形を開発するため、両ロータの振動を考慮した場合の周期振動の安定領域を求める。その結果をもとに新歯形を開発し、従来歯形と運転結果の比較をおこなう。



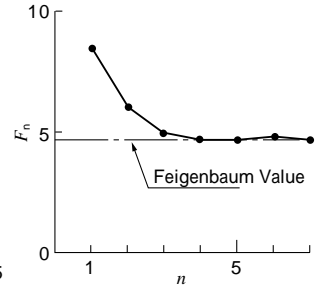
第 9 図 周期振動への捕捉領域

Fig. 9 Catchment region to periodical vibration



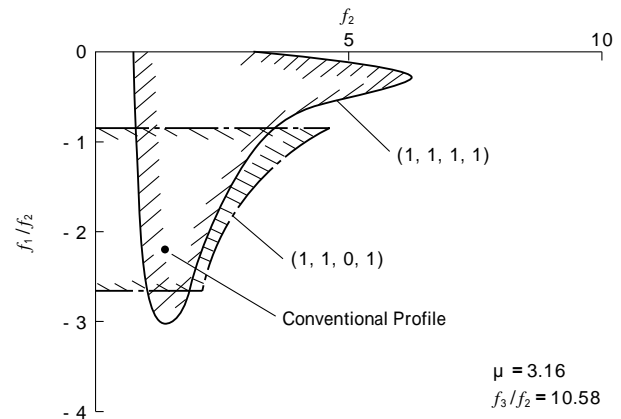
第 10 図 分岐線図

Fig. 10 Bifurcation diagram



第 11 図 Feigenbaum カスケード

Fig. 11 Feigenbaum cascade



第 12 図 従来歯形における周期運動の安定領域

Fig. 12 Stable region of Periodical Vibration of conventional profile

3.1 両ロータの運動を考慮した場合の周期振動の安定領域³⁾

両ロータの運動を考慮した場合の運動方程式を導出し、安定領域を 2.1 節と同様に求める。すると、安定領域は、2.1 節で述べた f_1, f_2 のほかに、以下の無次元パラメータに依存する。

$$\mu = I_M / I_F / (N_M / N_F)^2 \dots \dots \dots (16)$$

$$f_3 = t_0 T_{M2} / I_F / (f_3 > 0) \dots \dots \dots (17)$$

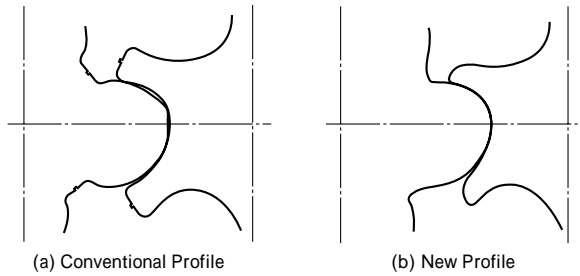
ここで、

I_M : 雄ロータ慣性モーメント

T_{M2} : 雄ロータに作用するトルクの片振幅 (> 0)

その他の記号は 1 章および 2 章に準じている。

雄、雌ロータ同士の周期衝突振動も 2.2 節で示した形態と同じものが存在する。周期振動の安定領域の計算結果を第 12 図に示す。この図は $\mu = 3.16, f_3/f_2 = 10.58$ で 3.3 節で述べる従来歯形の周期振動の安定領域である。横軸は f_2 、縦軸 f_1/f_2 で、実線の内側は $(1, 1, 1, 1)$ 振動、一点鎖線の内側は $(1, 1, 0, 1)$ 振動の安定領域である。



第13図 スクリュー歯形
Fig. 13 Screw rotor profile

$f_3/f_2 = \mu$ の場合、周期振動の安定領域がなくなるため衝突振動が起きないが、構造上の問題で実現は困難である。

3.2 歯形形状とトルクの関係

第12図において、 f_1/f_2 を小さくすると、周期振動の安定領域はなくなる。 $f_1/f_2 = T_{F1} / T_{F2}$ であるから、雌ロータに作用する変動トルク T_{F2} の大きさが同じ場合、平均トルク T_{F1} を小さくする、つまり、雄ロータと雌ロータの駆動側歯面の押し付け力を大きくすればいい。この力は歯形形状と密接な関係があり、歯形形状を工夫すれば衝突振動の起きにくい歯形を開発することが可能である⁴⁾。なお、 T_{F2} は主に運転条件により決まり、歯形形状により大きく変化することはない。

そこで、新歯形を開発し、従来歯形と比較した。第13図(a)は従来歯形、同図(b)は新歯形である。これらの歯形の各パラメータの値を第1表に示す。運転条件は吸込圧力 0.1MPa、吐出圧力 0.7MPa の場合である。この表より、新歯形のほうが f_1/f_2 が小さく、衝突振動が起きにくいことがわかる。

3.3 歯形形状と周期振動の安定領域の関係

第1表で表されるパラメータにおける衝突振動の安定領域を計算した従来歯形および新歯形の結果を第12図および第14図に示す。横軸は f_2 、縦軸は f_1/f_2 で、実線の内側は (1, 1, 1, 1) 振動、一点鎖線の内側は (1, 1, 0, 1) 振動の安定領域である。この図において、第1表から従来歯形、新歯形はそれぞれ図の黒丸の部分になる。この結果から従来歯形は周期振動の安定領域にはいっており衝突振動を起こしやすいが、新歯形は安定領域からはずれているため、衝突振動を起こしにくいことがわかる。

3.4 実験による検証

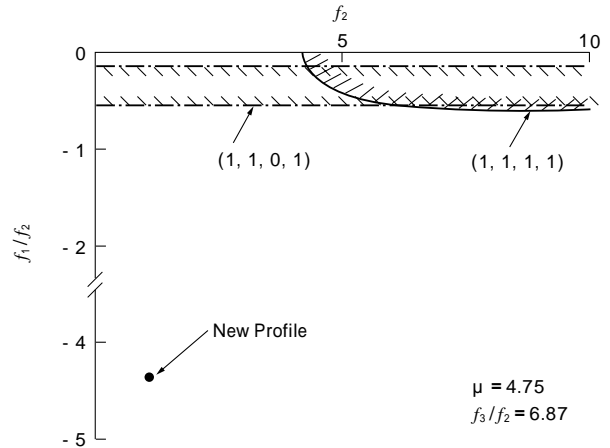
従来歯形および新歯形の運転結果を写真1に示す。写真1(a)は従来歯形、同(b)は新歯形で、この写真は雄ロータの反駆動歯面を示す。従来歯形は、スポット的に軽い当たり傷が周期的に見られる。これはロータ同士が歯面分離を起こし、(1, 1, 1, 1) 振動を起こしたと考えられる。新歯形は従来歯形のような当たり傷は見られず、衝突振動は起こしていない。

機例 1m における騒音を測定した結果、新歯形が従来歯形にくらべて 3dB 程度騒音が低くなっている。これは衝突振動による騒音の発生がなくなったためと考えられる。

第1表 従来歯形と新歯形のパラメータ値

Table 1 Parameter value of profiles

	Conventional Profile	New Profile
μ	3.16	4.75
f_1/f_2	-2.16	-4.45
f_2	1.34	1.04
f_3/f_2	10.58	6.87



第14図 新歯形における周期振動の安定領域

Fig. 14 Stable region of periodical vibration of new profile



(a) Conventional Profile

(b) New Profile

写真1 運転後の雄ロータ歯面

Photo 1 Male rotor tooth after driving

むすび = スクリュー圧縮機ロータ同士の衝突振動をモデル化し、理論解析およびシミュレーションをおこなった。その結果、ロータが周期振動を起こすと衝突速度が大きくなり、圧縮機の振動、騒音の原因となることが明らかになった。周期振動の安定領域から外れるような新歯形を開発し、従来歯形と運転比較をおこなった結果、新歯形は従来歯形のような衝突振動が発生せず、騒音の低減をもたらすことが明らかになった。

参考文献

- 1) 吉村省二：機論，Vol.61，No.582，C（1995），p.501．
- 2) 吉村省二：機論，Vol.61，No.586，C（1995），p.2216．
- 3) 吉村省二：機論，Vol.64，No.617，C（1998），p.15．
- 4) 吉村省二：機論，Vol.64，No.627，C（1998），p.4380．
- 5) たとえば，J. Inoue et al.：Bulletin of JSME，Vol.11，No.43（1968），p.102．
- 6) たとえば，J. M. T. Thompson et al.：Nonlinear Dynamics and Chaos，（1994），p.170，John Wiley & Sons Ltd．