

# ケーブル張力と曲げ剛性の同時推定法

山極伊知郎\*・宇津野秀夫(工博)\*・杉井謙一(工博)\*\*・本田祐嗣\*\*

\*技術開発本部・機械研究所 \*\*都市環境カンパニー・構造技術部

## Simultaneous Identification of Tension and Flexural Rigidity of Cables

Ichiro Yamagiwa・Dr Hideo Utsuno・Dr Kenichi Sugii・Yuji Honda

A new vibration method to estimate the flexural rigidity and the tension in cables was examined. The periodicity of natural frequencies were analytically derived from the frequency equation of the cable's bending vibration under tension. By using the coefficient of the polynomial equation derived from the periodicity, the flexural rigidity and the tension could be simultaneously estimated. Experiments using spiral rope for cable-stayed bridges were carried out to verify the method. Good agreement was found between the measured and the theoretically simulated data.

まえがき = 斜張橋やニールセン橋などのケーブル構造物では、架設時に張力が設計値を満足するように、ケーブルの張力調整がおこなわれる。ケーブルの張力は、ロードセルや油圧ジャッキをもちいて直接測定することもできるが、最近では、ケーブルの曲げ振動の振動数方程式から導いた振動法の実用式<sup>1)</sup>がよく利用されている。この実用式においては低次(1, 2次)固有振動数をもちい、また、曲げ剛性が既知であるということを前提条件としている。

曲げ剛性は事前実験により測定されることが多いが、この場合、張力や境界条件により曲げ剛性値が異なるため<sup>2)</sup>、ケーブル架設時のすべての境界条件や張力での曲げ剛性を正確に把握しておかなければならない。これは現実には困難であり、代表的な条件に対して曲げ剛性を測定するにとどまっている。

この問題を解決するために、筆者らは、複数の高次の固有振動数とモード次数の関係式から直接、張力と曲げ剛性を同時に求める方法を開発した。その算定精度について数値実験で検討をおこない、棒材を使った実験によって検証した<sup>3)4)</sup>結果、同時推定方法が、実用上有効な張力算定方法であることを確認した。また、筆者らが開発した張力・曲げ剛性同時算定方法を実際の斜張橋架設に適用し、実ケーブル張力算定精度を検証するとともに、本方法の簡便性、有用性について確認した<sup>5)</sup>。

### 1. 張力および曲げ剛性同時算定手法

#### 1.1 計算理論式

橋梁ケーブルのように軸力のかかった一次元部材のたわみに関する運動方程式を両端単純支持の境界条件のもとに解くと振動数方程式からモード次数  $i$  とその固有振動数  $f_i$  との間に次の関係式をえる。

$$f_i^2 = \frac{2EI}{4AL^4}i^4 + \frac{T}{4AL^2}i^2 \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $EI$  は曲げ剛性、 $T$  は張力、 $\rho$  は密度、 $A$  は断面積、 $L$  はケーブル長を表す。

同様に両端完全固定の境界条件のもとに解くと、次の関係式をえる。

$$f_i^2 = \frac{2EI}{4AL^4}\left(i - \frac{1}{2}\right)^4 + \frac{T}{4AL^2}\left(i - \frac{1}{2}\right)^2 \dots \dots \dots (2)$$

ただし、

$$\tan \beta L = -\frac{2}{T} \sqrt{AEI} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $\beta$  は角固有振動数。

両端単純支持を仮定した式(1)は、両端完全固定を仮定した式(2)の  $\left(i - \frac{1}{2}\right)^2$  の項を省略したものと考えることができる。

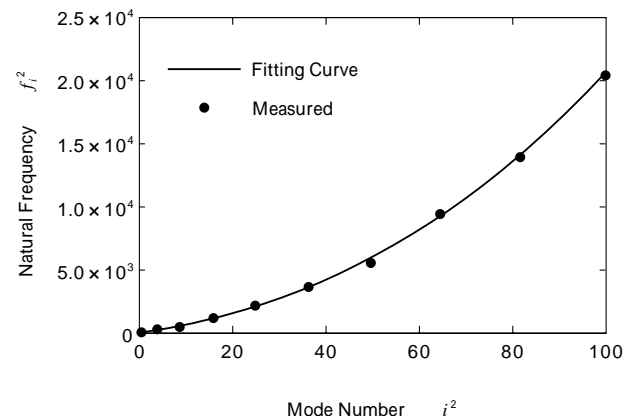
式(1)、式(2)は、たわみ振動の固有振動数とモード次数の関係を示しており、 $i$  の4乗の項の係数から曲げ剛性、 $i$  の2乗の項の係数から張力をそれぞれ算定することができる。

#### 1.2 両端単純支持の場合の張力・曲げ剛性算定方法

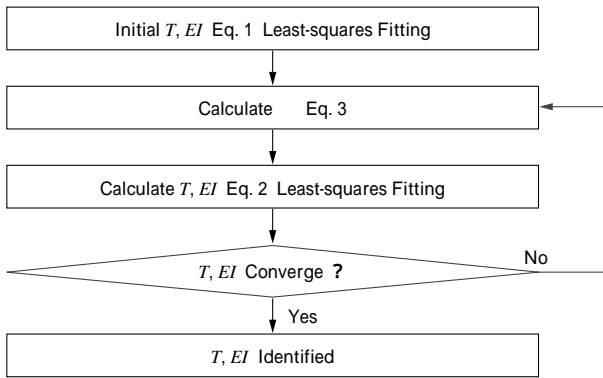
実験でえた複数の固有振動数の2乗の値とモード次数の2乗の値の関係をグラフに表す(第1図の●)。この値に最小二乗法をもちいて式(1)をカーブフィットする(第1図の実線)。その結果、適合曲線のモード次数  $i$  の4乗の係数から曲げ剛性、モード次数  $i$  の2乗の係数から張力を算定する。

#### 1.3 両端完全固定の場合の張力・曲げ剛性算定方法

両端固定の場合は式(2)を適用する。この式(2)は式(1)と違い、 $EI$  と  $T$  の関数である  $\left(i - \frac{1}{2}\right)^2$  の項が含まれているため、収束計算が必要となる。第2図にこの



第1図 固有振動数のカーブフィット  
Fig. 1 Least-squares fitting for natural frequencies



第2図 両端固定の場合の張力・曲げ剛性算定方法  
Fig. 2 Flow chart in fixed boundary condition

場合の計算フローを示す。まず式(1)を使って、初期値の  $T$  と  $EI$  を計算する。次にその値から式(3)で計算した  $\lambda$  の値を、式(2)の  $\lambda$  に代入し、同じく最小二乗法をもちいて  $T$  と  $EI$  を計算する。この式(3), 式(2)の計算を  $T$  と  $EI$  が収束するまで繰り返す。

## 2. 算定方法の精度

境界条件が両端単純支持または両端完全固定のように明確な場合には、それぞれ式(1), 式(2)から正確に張力および曲げ剛性を算定することができる。しかし、実際のケーブルでは、境界条件が明確である場合は少ない。そこで、境界条件が不明確な場合を想定して数値実験をおこない、本方法の算定精度の限界を調べた。

すなわち、境界条件が両端完全固定とした場合の固有振動数に対して、両端単純支持の場合の算定式(1)を適用し、張力および曲げ剛性を計算した。また、境界条件が単純支持とした場合の固有振動数に対して、両端完全固定の算定式(2)をもちいて張力および曲げ剛性を算定した。

第1表に計算条件を示す。計算には計算精度を考慮し<sup>4)</sup>、張力に対しては1~5次の固有振動数をもちいた。第3図に一例として、境界条件が両端完全固定の場合の張力算定結果を示す。

第3図の縦軸は算定値を正解値で除した値であり、計算精度を表す。横軸は次に示すパラメータで整理した。

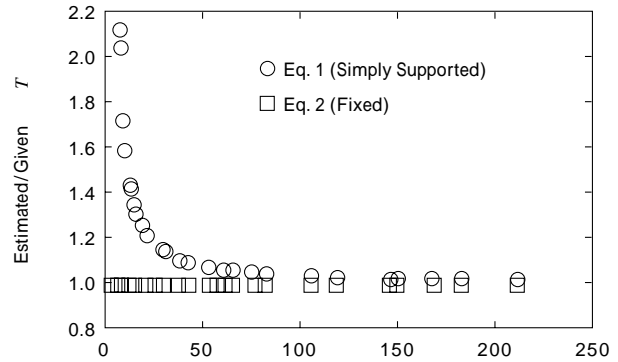
$$= \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot L \dots \dots \dots (4)$$

は文献<sup>1)</sup>で使用しているパラメータであり、 $\lambda$  が大きいほど弦の振動に近い挙動を示し、 $\lambda$  が小さいほどはりの曲げ振動に近い挙動を示す。

第3図より、境界条件両端完全固定の固有振動数に対して、同じ境界条件両端完全固定の算定式(2)で算定

第1表 計算条件  
Table 1 Calculation parameters

Density		$7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$		
Young's Modulus		$E : 2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$		
Length $L$ m	Diameter $D$ mm	Linear Density $A$ kg/m	$EI$ $\text{Nm}^2$	Given Tension kgf
1, 3.95, 11	6	0.221	13.11	75, 125, 250, 375, 500
1, 3.95, 11	8	0.392	41.42	125, 250, 500, 750, 1000



第3図 張力算定精度  
Fig. 3 Precision of estimated  $T$  (B.C.Fixed)

すると、張力が正確に算定できることがわかる。

両端単純支持の式(1)で算定すると、 $\lambda$  の値が小さくなるほど算定精度が低くなり、 $\lambda$  が大きいほど算定精度が高くなる。すなわち、 $\lambda$  が大きいほど境界条件の影響が小さくなり、解き方による張力算定精度の差異が小さくなる。

この計算における算定精度の正解値からのずれの値は、境界条件にもっとも差異がある場合の算定精度となる。すなわち、第3図の算定精度が、式(1), 式(2)を使用した場合の算定精度の下限となる。このずれの値は、境界条件単純支持の固有振動数に対して両端固定の算定式(2)をもちいて計算する場合の算定精度のずれと一致し、たとえば、今回の実斜張橋ケーブルの場合は  $\lambda$  の値が50以上であり算定精度の下限値は8%以下になる。

## 3. 張力同定実験

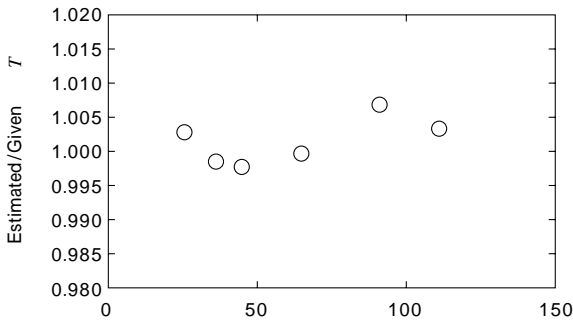
前述の張力算定精度を検証するために、境界条件が明確な場合についてテストベンチで、境界条件が明確でない場合について実橋試験をおこなった。

### 3.1 テストベンチ実験

境界条件の明確な場合として、両端固定の境界条件について、実ケーブルを使用し、テストベンチ実験をおこなった。実験は300トン構造物試験機でケーブルに張力をかけ、ケーブル打撃により固有振動数を測定し、張力

第2表 実験条件  
Table 2 Experimental condition

Material : Spiral Rope	
Linear Density : 1.113kg/m	
Theoretical $EI$ : 295Nm <sup>2</sup>	
Length m	Given Tension tonf
2	5.0, 10.2, 15.1
5	5.1, 10.1, 14.8



第4図 張力算定精度  
Fig. 4 Precision of estimated  $T$

を算定した。実験条件を第2表に、実験結果を第4図に示す。算定値を試験機の荷重で除した縦軸の算定精度を、横軸のパラメータで整理した結果、境界条件が明らかでない場合1%以下の算定誤差であり、ほぼ正解値を算定できていることがわかる。

### 3.2 実橋実験

実斜張橋の架設状態のケーブルに対して本方法の精度の確認実験をおこなった。ケーブル諸元・実験条件を第3表に、実験に使うケーブルの概要を第5図に示す。

ケーブルは第5図に示すように、一端は主塔にピンを介して取付けられており、もう一端はスリーブを介して長さ調整ネジとナットで油圧ジャッキに固定されている。実験時の張力設定は、油圧ジャッキのシリンダの付き出し量を調整することでおこなった。油圧ジャッキにかかる荷重を圧力変換器により読み取ることで、設定張力をえる。ケーブル長は、上部定着点から油圧ジャッキとナットの接点までの長さを計測した。

写真1 写真2にそれぞれ斜張橋の外観と打撃試験状況を示す。(北堀であい橋, 尼崎市北堀運河)

打撃点(油圧ジャッキ定着点から約1.5m点)をハンマで打撃加振をおこない、計測点(油圧ジャッキ定着点から約1m, 2m点)の振動センサで振動応答を計測し、周波数分析をすることにより固有振動数を求めている。振動計測点を2点選んでいる理由は、振動モードの節位置とセンサ位置とが合致し、固有振動数のピークを見逃すことを避けるためである。

第6図に振動の周波数分析結果の一例を示す。縦軸の振動速度は相対表示であり、絶対値に特別な意味はない。図中の数字が固有振動数のモード次数である。この図から高次の固有振動数まで規則的に励起されていることがわかる。

張力算定結果を第7図、曲げ剛性算定結果を第8図



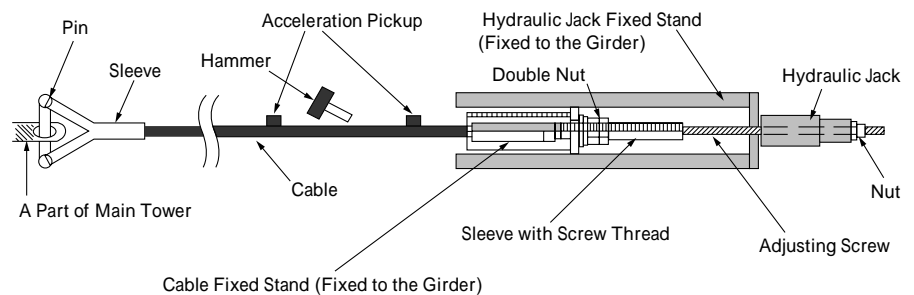
写真1 斜張橋の外観  
Photo 1 Cable-stayed bridge



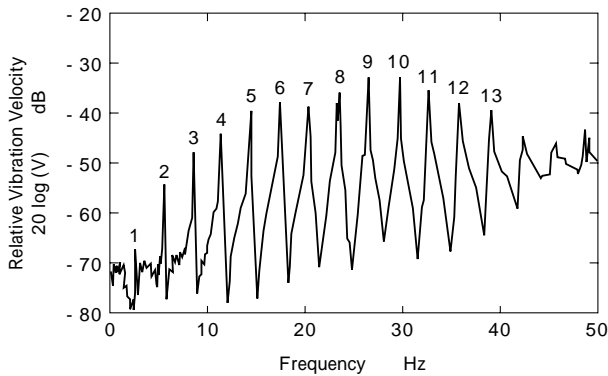
写真2 ケーブル打撃  
Photo 2 Hammering

第3表 ケーブル諸元および実験条件  
Table 3 Experimental condition

Specification of Cable		
Material	Coated Spiral Rope	
Diameter	22 mm	
Linear Density	2.9263 kg/m	
Experimental Condition		
Cable Number	Given $T$ (kgf)	Length (m)
BR1-G1-S1	902	21.05
	1768	21.04
	3189	21.05
	5535	21.06
BR1-G1-S2	1169	24.33
	1831	24.33
	3297	24.33
	5535	24.33



第5図 ケーブル概要図  
Fig. 5 Cable of the cable-stayed bridge



第6図 ケーブル振動の周波数応答 (BR1-G1-S2 5 535kgf)  
Fig. 6 Frequency analysis of cable vibration (BR1-G1-S2 5 535kgf)

に示す。計算には両端固定の式(2)を使用し、基本的に張力については1~5次、曲げ剛性については観測した最高次数から順に5個の固有振動数をもちいた。

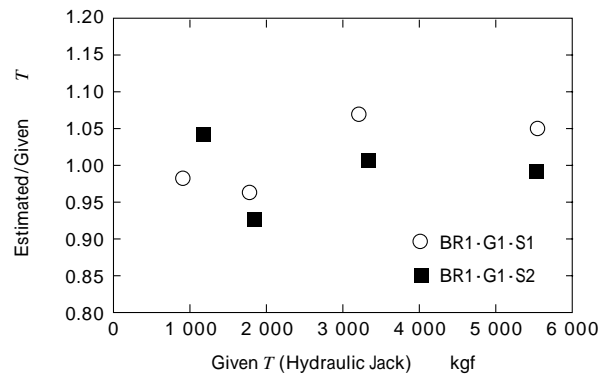
第7図の縦軸は、本方法による算定張力を油圧ジャッキの張力で除した値である。油圧ジャッキの読み値を正とすると、張力の算定誤差は8%以内であり、前章で検討した算定精度内にほぼ収まっている。この算定精度は実用の張力算定精度として、十分な精度である。

第8図の縦軸は曲げ剛性比(算定したケーブルの曲げ剛性とケーブルと同径の中実の棒鋼の曲げ剛性の比)、横軸は設定張力である。曲げ剛性の比は張力に関わらず同程度である。スパイラルロープの場合は、張力の増加とともに、曲げ剛性の値が増加するが<sup>3)</sup>、このケーブルの場合、被覆されているため素線同士の拘束状態が変わらず、曲げ剛性が変わらないと考えられる。

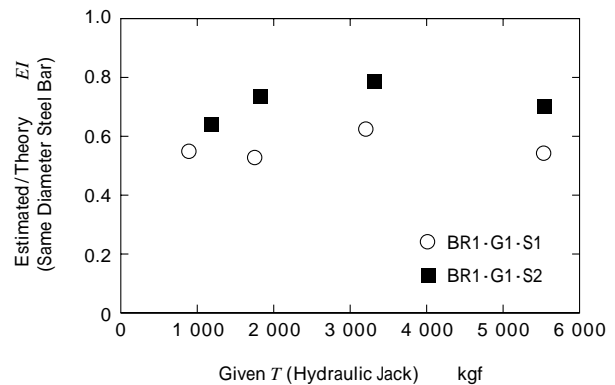
また今回 写真1にある斜張橋の張力調整をおして<sup>5)</sup>、本方法が非常に簡便で迅速な測定方法であることを確認した。このように簡便に測定できるのは、従来注目されていなかった高次にわたる複数の固有振動数に着目したという特徴にある。従来法と比較した本方法の主な利点を以下に挙げる。

- 本方法では、曲げ剛性と張力を同時に算定できるため、曲げ剛性の事前実験をおこなう必要がない。
- 複数の固有振動数をもちいるため、1次、2次など、特定の次数の固有振動が励起されなくても張力を算定することができる。また、1次モードに現れるサグ(ケーブルのたわみ)の影響を回避することができる。
- 周期的な複数の固有振動数に注目しているために、主塔の固有振動数などケーブル固有振動数以外の周波数ピークの識別が簡単にできる。

むすび=ケーブルの複数の高次固有振動数を利用した張力と曲げ剛性の同時推定方法について、数値的検討と実ケーブルを使用した実証実験から次に示す結論をえた。



第7図 算定張力精度  
Fig. 7 Precision of estimated T



第8図 算定曲げ剛性  
Fig. 8 Estimated EI

- 1) 境界条件が明確な場合には、正確に張力および曲げ剛性の値を算定できる。また、数値的検討から境界条件が明確でない場合でも、張力および曲げ剛性算定精度の下限を定量的に明らかにし、これを実橋ケーブル実験によって検証した。
- 2) 本方法を実斜張橋の張力調整に適用し、その簡便性と有用性を実証した。

本方法は架設現場で張力と曲げ剛性を同時に推定することができるため、事前に曲げ剛性の把握をおこなっていないケーブルについても、維持管理上のニーズに応じて張力の検出が可能である。また、軸力のかかった次元のはりの曲げ振動方程式を使用しているため、ケーブルに限らず、次元はりで表されるあらゆる部材に適用でき、非常に広範な分野への応用が可能である。

#### 参考文献

- 1) 新家 徹ほか：土木学会論文報告集，第287号(1979) p.26.
- 2) 島田忠幸ほか：土木学会論文集，第398号/I-10(1988)，p.409.
- 3) 山極伊知郎ほか：構造工学論文集，Vol.42A(1996)，p.547.
- 4) 山極伊知郎ほか：日本機械学会機械力学・計測制御講演論文集，No.97-10，Vol.A(1997)，p.411.
- 5) 山極伊知郎ほか：鋼構造年次論文報告集，Vol.5(1997)，p.15.