

(論文)

スクリュ圧縮機用歯形解析技術

Analysis Technology of Rotor Profile for Screw Compressors



吉村省二*(工博)

Dr. Shoji YOSHIMURA

The performance and vibration of a screw compressor are closely related to its rotor profile. However, it is not clear how profile functions affect them. In this paper, general characteristics of profile function are made clear and their application is shown. Based on the characteristics, a program which calculates the performance, design dates, etc in a short time, has been developed.

まえがき = スクリュ圧縮機は多種多様な用途で使用されており、圧力条件やサイズなどの仕様もさまざまである。それぞれの仕様に対して最適な圧縮機の設計を行うため、いままでに多くの独自技術を開発してきた。その中で最も重要な要素技術の一つに、スクリュロータの歯形がある。歯形は、圧縮機の性能はもちろんのこと、振動騒音、ロータの軸受設計に大きな影響を及ぼす。

スクリュロータは特殊な形状をしたカッタにより加工するが、カッタは高価であり、一度歯形を決定すると、それを変更するには多くの時間と多額の費用が発生する。そのため、歯形の開発は机上で十分検討する必要があり、歯形の解析技術が重要となってくる。

歯形はいくつかの歯形関数、およびその創成関数で構成されているが、歯形関数は任意の関数が適用できるため、どのような関数を採用するか試行錯誤で決めていた。また、性能、振動、加工性など多方面からの評価が必要である。そのため、歯形開発には多くの時間がかかり、十分な検討が行われなかった。

そこで、歯形を短期間で設計する技術を構築した。その設計は2段階で行う。まず、歯形関数と歯形パラメータを結びつける関数により定性的評価を行い、歯形関数を絞り込む。つぎに、任意の歯形関数に適用でき、圧縮機の性能、および設計、加工に必要なデータが短時間で計算できる歯形解析プログラムにより、歯形の定量的評価を行う。

本手法により、歯形開発が短期間に精度よくできるようになり、スクリュ圧縮機の新用途に対して最適な歯形が迅速に開発できるようになった。

1. 歯形の計算方法¹⁾

1.1 スクリュ歯形の関数構成

図1は歯形の形状、図2は関数構成を示している。矢

印は回転方向で、歯数の少ないほうが雄ロータ、多いほうが雌ロータである。図2において中心線より下を駆動側歯面、上を反駆動側歯面と呼ぶ。

ここで、歯形の関数構成を示す。まず反駆動側歯面では、雄ロータ先端の関数 F を与え、歯形を反回転方向に回転させる。そのときの雌ロータ上での創成関数を関数

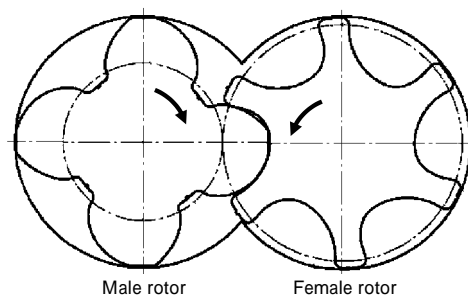


図1 スクリュ歯形
Fig. 1 Screw rotor profile

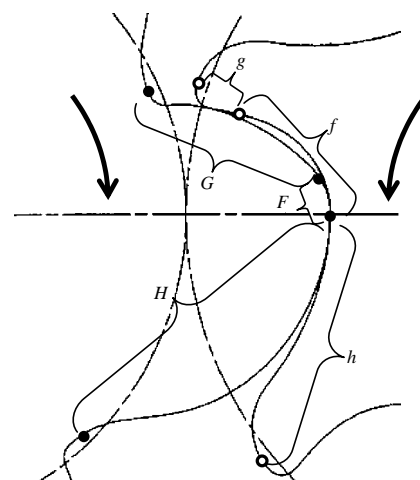


図2 歯形関数構成
Fig. 2 Construction of profile functions

*機械エンジニアリングカンパニー 開発センター 技術開発部

f とする。つぎに関数 f に接続する関数 g を与え、歯形を回転方向に回転させる。そのときの雄ロータ上での創成関数を関数 G とする。駆動側歯面では、雄ロータ上の関数 H 、または雌ロータ上の関数 h を与え、歯形を反回転方向に回転させる。そのときの相手側の創成関数を計算する。

歯形関数 F, g, H または h は任意の関数が適用できる。なお、これらの関数を基礎関数と呼ぶ。従来、創成関数の計算は解析的に方程式を解いていた。また、解析的に解くことができない基礎関数では数値計算を行うしかなかった。そのため、関数、またはその構成が変わるとプログラムを作り直す必要があり、歯形の開発に時間がかかっていた。そこで、いかなる関数でも同一方法で創成関数が計算できるような幾何学的導出方法を考案した。

1.2 創成関数を導出する方程式

図3は歯形の創成を示した図である。雄ロータを固定して、雌ロータが雄ロータの回りを互いのピッチ円が滑らないように回転した図である。この図からわかるように、雄ロータは雌ロータの創成曲線となっている。このように、歯形の作り方としては、まず片方のロータ上の関数 K を決め、相手側のロータを固定して、互いのピッチ円が滑らないように回転させる。関数 K の創成曲線が相手側の歯形となる。

図4は歯形関数の創成関数を計算するための座標系を

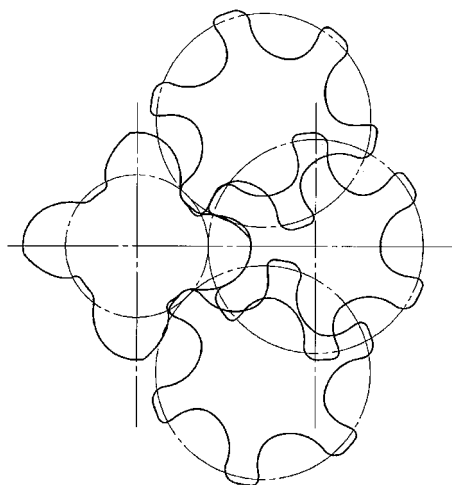


図3 スクリュー歯形の創成
Fig. 3 Generation of rotor profile

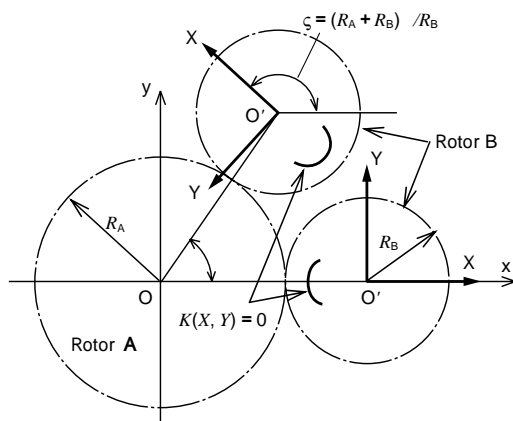


図4 スクリューロータの座標系
Fig. 4 Screw rotor coordinates system

示す。ここで、二つのスクリューロータをロータAとロータBとする。各ロータはピッチ円(一点鎖線)のみを示している。

ここでつぎのように記号を定義する。

xy 座標 : ロータAの中心を原点としたロータAに固定された座標

XY 座標 : ロータBの中心を原点としたロータBに固定された座標

O : xy 座標の原点(ロータA中心)

O' : XY 座標の原点(ロータB中心)

R_A : ロータAのピッチ円半径

R_B : ロータBのピッチ円半径

$K(X, Y) = 0$: ロータBに固定された歯形関数(基礎関数)

図4においてロータAを固定し、ロータBがロータAの回りを角度 ζ だけ回転した場合を考える。基礎関数 K はロータB上に固定された関数である。ロータAとロータBのピッチ円が滑らずに回転した場合、 K の創成関数がロータA上の歯形となる。

まずロータBの中心がx軸上にあるとして、ロータB上の基礎関数 K を決める。そして、ロータBを反時計方向に角度 ζ 回転させる。するとロータBは O から O' に移動し、 K はロータBと共に回転して O から O' に移動する。

このとき、ロータB(XY座標)はロータA(xy座標)に対して、

$$\zeta = (R_A + R_B) / R_B \dots\dots\dots(1)$$

回転する。

すると、xy座標とXY座標の関係は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \zeta & \sin \zeta \\ -\sin \zeta & \cos \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - (R_A + R_B) \cos \zeta \\ y - (R_A + R_B) \sin \zeta \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_A + R_B) \cos \zeta \\ (R_A + R_B) \sin \zeta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta \\ \sin \zeta & \cos \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

ところで、 $K(X, Y) = 0$ の創成曲線は以下の連立方程式の解である。

$$\left. \begin{aligned} K(X, Y) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} K(X, Y) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

ここで、式(4)の第2式を次式のように変形する。

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} K(X, Y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial K}{\partial X} & \frac{\partial K}{\partial Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial Y}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

式(2)から式(5)の右辺第2項は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial Y}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \frac{R_A + R_B}{R_B} \left\{ \begin{bmatrix} Y \\ -X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R_B \sin(\zeta - \zeta) \\ -R_B \cos(\zeta - \zeta) \end{bmatrix} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

したがって、式(4)は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} K(X, Y) &= 0 \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial K}{\partial X} & \frac{\partial K}{\partial Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y - R_B \sin \frac{R_A}{R_B} \\ -X - R_B \cos \frac{R_A}{R_B} \end{bmatrix} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

1.3 方程式の幾何学的意味

ここで、式(7)の意味を考える。第1式は、XY座標で表される創成曲線であるため、ロータB上での創成曲線は $K(X, Y) = 0$ そのものである。第2式はロータBがロータAの回りを回転したときの K とその創成曲線の接触点座標を表している。この解を式(3)で座標変換することによりロータA上での創成曲線が導き出せる。

式(7)の第2式はつぎのように変形できる。

$$\left[-\frac{\partial K}{\partial Y} \frac{\partial K}{\partial X} \right] \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -R_B \cos \frac{R_A}{R_B} \\ R_B \sin \frac{R_A}{R_B} \end{Bmatrix} = 0 \quad \dots\dots(8)$$

ここで、以下のようにベクトルを定義する。

$$a = \left(-\frac{\partial K}{\partial Y} \frac{\partial K}{\partial X} \right) \quad \dots\dots(9)$$

$$b = (X \ Y) \quad \dots\dots(10)$$

$$c = \left(-R_B \cos \frac{R_A}{R_B} \quad R_B \sin \frac{R_A}{R_B} \right) \quad \dots\dots(11)$$

とすると、式(8)は次式のように書くことができる。

$$a \cdot (b - c) = 0 \quad \dots\dots(12)$$

この式は a と $(b - c)$ が直角であることを意味する。

a, b, c の関係を図5に示す。この図はロータBを示している。横軸はX座標、縦軸はY座標である。点Pは式(8)を満足する点、つまりXY座標における基礎関数 K とその創成関数の接触点を表している。式(7)の第1式から点Pは K 上にある。また、式(9)~(11)の各ベクトルはつぎのことを表している。

a : 点Pにおける K の接線ベクトル

b : \vec{OP}

c : O' を通りX軸に対して $(180 - R_A / R_B)$ の角度傾いた直線とロータBのピッチ円の交点を点Tとした場合、 \vec{OT}

$b - c = \vec{PT}$ であるから、 \vec{PT} は点Pにおける K の接線に垂直であることがわかる。

この性質を利用して、ロータA上の創成関数は以下の方法により作図する(図6)。

1) ロータBにおいて、ロータの回転方向と反対方向に

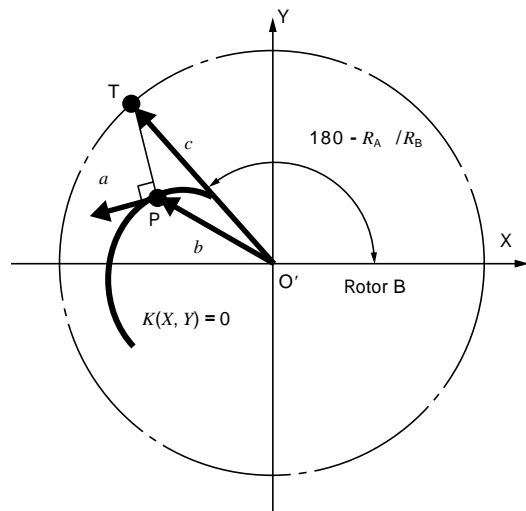


図5 各ベクトルの関係
Fig. 5 Relationship between vectors

O' からX軸に対して R_A / R_B 傾いた直線を引く。

(注: 回転方向とは実際のロータの回転方向ではなく、創成させるときの回転方向である。)

- 2) 1)の直線とロータBのチッピ円の交点をTとする。
- 3) 点Tから基礎関数 K に法線を引き、その交点をPとする。
- 4) O' を中心に点Pをロータの回転方向に R_A / R_B 回転させ、その点をSとする。この点がロータ間の接触点となる。
- 5) O を中心に点Sをロータの反回転方向に回転させ、その点をQとする。点Qは点Pと接触する創成関数上の点となる。

1)~5)の操作を、を少しずつ変えながら計算を繰り返すと接触点Sの軌跡、および基礎関数の創成点Qの軌跡(創成曲線)が作図される。

以上から、どのような複雑な関数でも、基礎関数とその導関数を与えることにより、簡単に同一方法で創成関数を計算することができる。

図7に作図の一例を示す。このように、点Pを少しずつ移しながら作図を行うと、接触点Sの軌跡と創成点Qの軌跡が得られる。

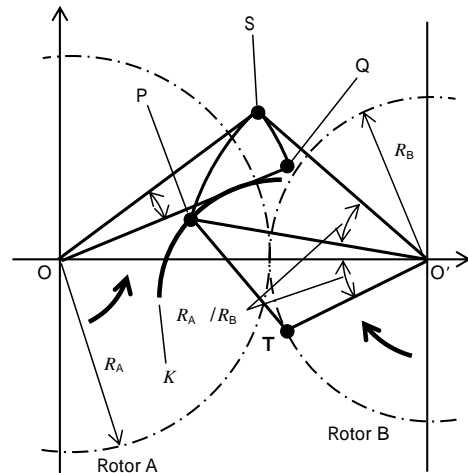


図6 創成曲線の作図
Fig. 6 Drawing method of generating function

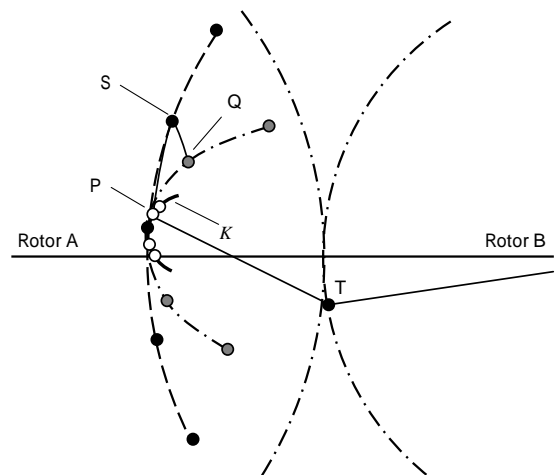


図7 接触点軌跡、創成点の軌跡
Fig. 7 Traces of contact point and generating point

2. 縮閉線によるシール点の作図

2.1 ロータ間シール点

歯形を開発する上で、まず基礎関数を決めなければならないが、関数は無数にあるため、計算する前にある程度関数を絞り込む必要がある。そのため、詳細計算を行う前に定性的に基礎関数と圧縮機性能、振動との関係を明らかにしなければならない。

スクリュ歯形において、性能、振動特性などの性質を知る上でロータ間の接触点位置が重要である。図8はロータ側面から見た接触点軌跡を示している。図において、太線はロータ間接触点の軌跡、破線はカスプ部である。①、②、③、④は独立した歯溝を示している。このように各歯溝は接触点の軌跡により仕切られている。そのため、この接触点軌跡はシール線と呼ばれている。また接触点はシール点と呼ばれている。以下ではシール線、シール点という言葉を用いる。

シール点における隙間は幾何学的には0であるが、実際には回転に必要な隙間が設けられている。したがって、シール線の部分を通じて歯溝①から②への漏れが生じる。また、シール線とカスプ部の間の部分を通じて④から①へ、①から③への漏れが生じる。これらの漏れは圧縮機の性能低下の原因となる。図9はロータの軸直角断面で1歯のみを示している。歯溝①は二つのシール点 S_1, S_2 で仕切られている。ロータに作用する力は S_1 と S_2 の垂直二等分線方向で、ロータAには F_A 、ロータBには F_B の力が作用する。この力はロータ振動に大きな影響を及ぼす。

このように、シール点位置およびシール線形状は歯形において重要なパラメータとなっている。そこで、基礎関数とシール点位置の関係を調べるが必要となる。

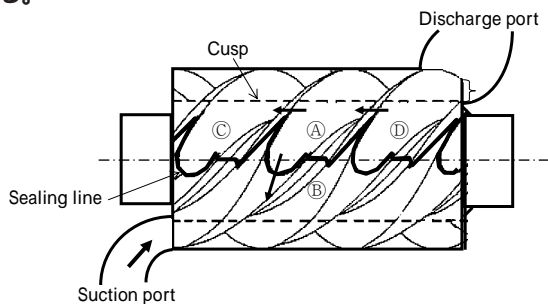


図8 シール線形状
Fig. 8 Sealing line form

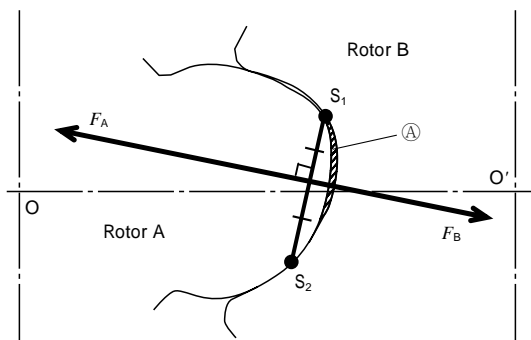


図9 ロータに作用する力
Fig. 9 Force acting on rotors

2.2 縮閉線を用いたシール点の作図方法

1.3節で述べた1)~4)の作図を行うことにより、ロータ間のシール点を求めることは比較的簡単である。しかし、任意関数において、3)の操作、つまり図6において点Tから関数Kに法線を引く作図は困難である。

そこで、基礎関数の縮閉線を用いることによりシール点の位置を求める方法について述べる。縮閉線とは、関数の曲率中心の軌跡である。図10において、 K_e は関数Kの縮閉線を示している。関数K上の任意の点から縮閉線 K_e に接線を引くと、この接線は関数Kの法線となる。この性質を用いて作図を行う。

図11は縮閉線を用いた作図方法を示す。作図方法は1)~5)で述べた方法と基本的に同じであるが3)の項が以下ようになる。

3) 基礎関数Kの縮閉線を K_e とする。点Tから K_e に接線を引き、関数Kとの交点を点Pとする。

O' を中心に点Pをロータの回転方向に R_A / R_B 回転させた点がシール点Sで、このように縮閉線を用いると容易にシール点の位置が把握できる。

縮閉線は関数の曲率の変化を表しており、曲率変化から関数を決定することができる。

2.3 縮閉線を用いた作図方法の応用

ここで、縮閉線を用いた簡単な応用例について紹介する。図2において、雄ロータ先端の関数Fは、雄ロータ

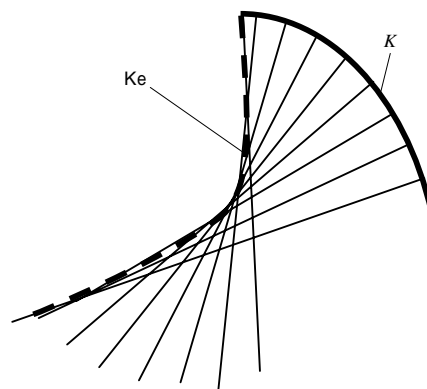


図10 縮閉線
Fig.10 Evolute

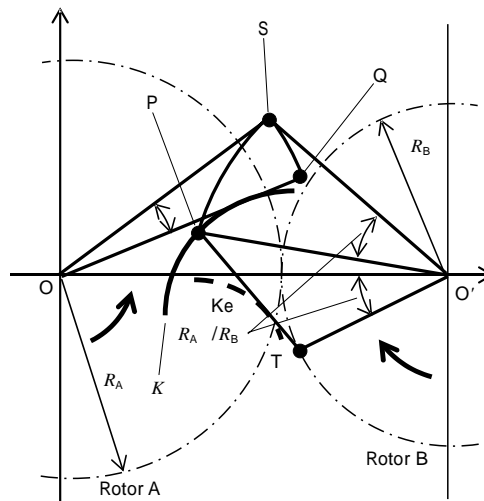


図11 縮閉線を用いた創成曲線の作図
Fig.11 Drawing method of generating function by using evolute

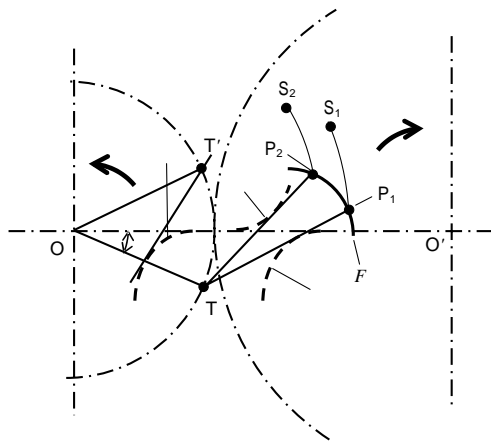


図12 関数 F と縮閉線
Fig.12 Function F and its evolute

が反時計方向に回転した場合、創成される関数である。基本的には、関数 F はどのような関数でも使用できるが、関数のパラメータによっては創成曲線ができない場合がある。そこで、創成曲線ができない関数はどのような縮閉線をもった関数が検討する。

雄ロータが反時計方向に回転した場合の雌ロータとのシール点 P は図12のように作図できる。雄ロータ中心から下方向に中心線に対して角度 θ の直線を引き、ピッチ円との交点を T とする。 T から関数 F の縮閉線に接線を引き、関数 F と接線の交点を点 P とする。点 P を反時計方向に角度 θ 回転させた点がシール点 S である。図12において、関数 F の縮閉線として、 S_1 、 S_2 の形状が考えられる。 S_1 に対して T から接線を引くことができる。一方 S_2 に対しては T から接線を引くことができない。したがって、 S_2 のような縮閉線をもつ関数は創成曲線ができない。

のような縮閉線をもつ関数は、 T が T' にある場合に接線を引くことができる。したがって、この関数は雄ロータが時計方向に回転したとき、創成関数ができる関数である。

このように、縮閉線の形を見るだけでその関数が使用できるかどうか判断できる。

3. 歯形解析プログラム

3.1 プログラム構成

歯形解析を短時間でできるように歯形解析プログラムを開発した。現在では歯形開発以外、圧縮機本体の設計、圧縮機の見積りなど幅広く利用されている。プログラムのフローチャート(図13)に示したように、本プログラムは大きく五つのプログラムで構成されている。

プログラム1は歯形を計算するプログラムで、1.3節で述べた方法により歯形を計算している。図2で示した基礎関数 F, g, h において、いくつかの標準関数が用意されているが、任意の関数を容易に追加することができる。その他、性能シミュレーション、設計、カッタ計算に必要なデータも計算をする。

プログラム2は、圧縮機の性能を計算するプログラムである。歯溝間のガス漏れなどを考慮し、圧縮過程の歯溝圧力および歯溝温度を計算する。

プログラム3はロータに作用する力を計算するプログラムで、ロータに作用するラジアル荷重、スラスト荷重、トルクを計算する。ラジアル荷重、スラスト荷重は軸受の設計に使用する。トルクはロータの振動解析、オイルフリー圧縮機の場合はタイミングギヤの設計に使用する。

プログラム4はカッタ形状を計算するプログラムである。スクリュロータの加工には特殊な形状をしたカッタを使用するため、その都度カッタ形状を計算する必要がある。本プログラムでは、カッタ形状とカッタ軌跡を計算する。

プログラム5はロータ加工時の切りくず形状を計算することにより、加工時に必要なトルクおよびカッタ温度を計算し、工具寿命の推定を行う。

3.2 出力例

ここで、各プログラムの代表出力例を示す。図14はプログラム1で計算した歯形である。この形状をもとに、各種データを計算する。図15はプログラム2で計算した圧縮過程のシミュレーションで、圧縮途中の歯溝圧力と歯溝温度を求める。上図はロータ回転角に対する歯溝温度、下図は歯溝圧力を示している。

図16はプログラム3で計算したロータに作用するトルクを示している。ロータ回転角に対する雄ロータ、および雌ロータに作用するトルクを示している。この計算からロータの強度計算を行う。図17はプログラム4で計算したカッタ軌跡である。ロータを加工する様子を示しており、干渉チェックを行う。図18はプログラム5で計算した切削シミュレーションである。切りくず形状、およびカッタに作用するトルクが計算される。上図は雄ロータ、下図は雌ロータの計算結果である。左図は切りくず

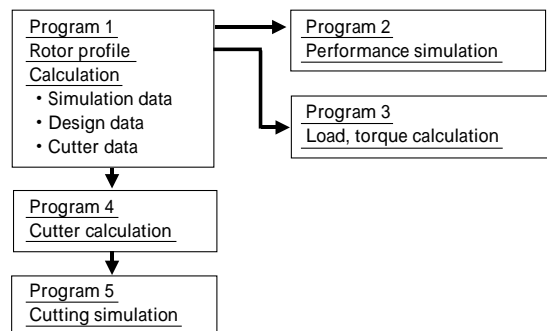


図13 プログラムのフローチャート
Fig.13 Flow chart of program

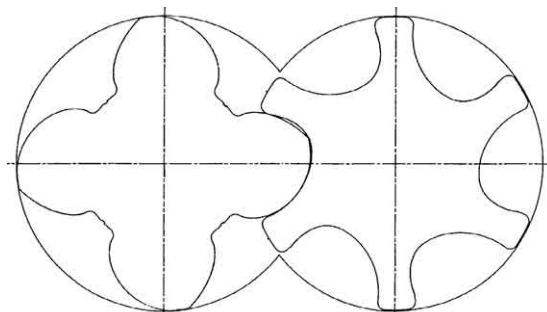


図14 スクリュー歯形
Fig.14 Rotor profile

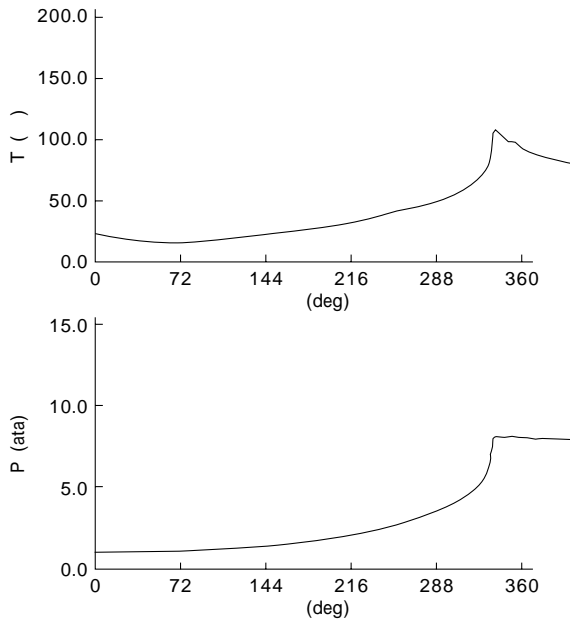


図15 性能シミュレーション
Fig.15 Performance simulation

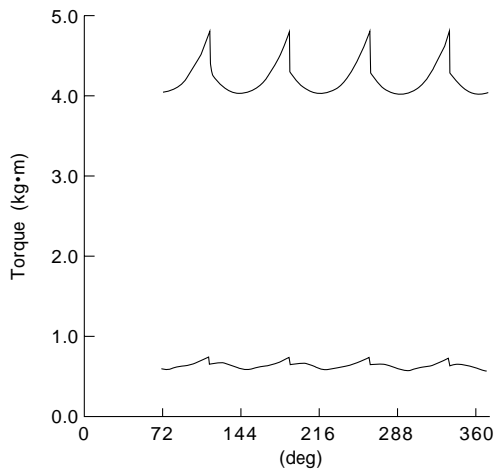


図16 ロータトルク
Fig.16 Torque of rotors

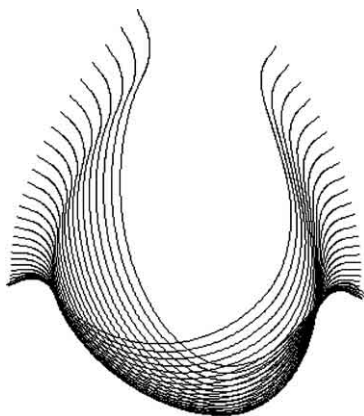


図17 カッター軌跡
Fig.17 Cutter trace

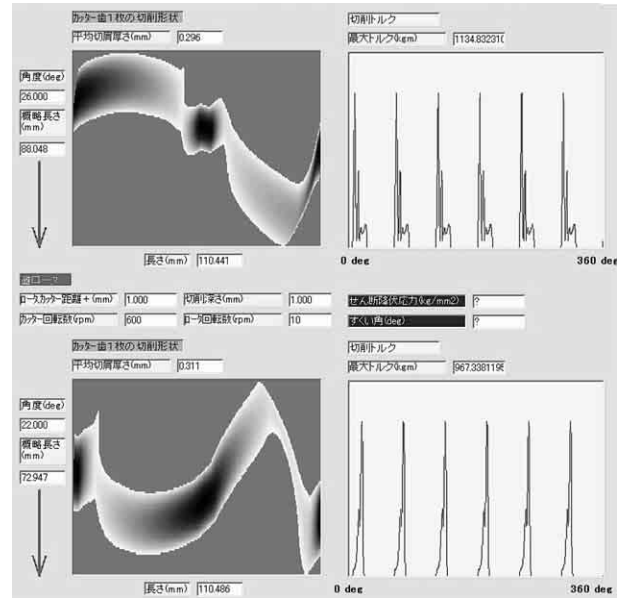


図18 切削シミュレーション
Fig.18 Cutting simulation

形状で、色が濃い部分は切りくずが厚いことを意味している。また、右図はカッターの回転角に対するトルクを表している。

むすび=スクリュ圧縮機の用途拡大に伴い、その用途に最適な歯形が要求されるようになってきた。そのため、迅速な歯形開発が重要となっている。歯形は非常に自由度が大きいため、各用途に必要なとされる歯形の性質と歯形関数を結びつける解析技術が必要となる。本解析手法を用いることにより、最適な歯形が短期間で開発できるようになった。

いままで、油冷式高圧圧縮機、大形オイルフリー圧縮機、汎用オイルフリー圧縮機など、それぞれの用途に適したスクリュ歯形を開発し、スクリュ圧縮機の用途拡大に大きく貢献をした。

参考文献

- 1) 吉村省二：日本機械学会論文集(C編)，64巻，627号(1998) pp.4380-4387.