（論文）

加振力放射モード解析による振動放射音の抑制

Reduction of Structure-Borne Sound by Using Force Radiation Mode Analysis

山口善三[*1]（博士（工学））
Dr. Zenzo YAMAGUCHI

The location of a vibration source within a machine is sometimes found to have a significant impact upon the sound power radiated from the machine. Radiation mode analysis is known to be a powerful tool for interpreting and predicting sound radiation from a vibrating object since radiation modes are independent of a structure's surface vibration. However, knowledge of the radiation modes alone cannot be used directly to understand the relationship between the location of the vibration source and sound power radiation. This paper introduces force radiation modes (f_{rad}-modes) that enables to correlate exciting force to acoustic power. This modes are extension of the radiation modes combining the mobility matrix of a structure and its radiation modes. It is demonstrated by simulation and experiment that the radiated sound power can be reduced by locating the driving force at or near the nodes of the force radiation modes.

まえがき＝機械製品の静粛性は，規制やユーザ評価に関わる性能として年々その重要性が増している。機械製品の主な騒音問題に，機械の駆動源の振動が構造物を伝搬して発生する固体伝搬音と呼ばれる騒音がある。固体伝搬音は，振動源の配置，構造物，空間の形状が変化することによって騒音レベルが大幅に変動する。とくに回転機械など，回転の周期で決まる純音（単一正弦波の音）が支配的な騒音の場合にその傾向は顕著となる。純音が支配的な騒音は，最近ではハイブリッドカーなどでも指摘されており，たとえ騒音レベルとしては低くても，その特徴的な音が耳障りとなる。従来の研究においても，純音が支配的な騒音は，騒音レベルの数値だけでは過小評価されることが指摘されている[1)～3)]。また，この純音性の騒音は，前述のとおり構造物だけでなく空間の形状の影響も受けやすく，構造物の振動モードのみに着目して振動を低減しただけでは騒音低減につながらない場合がある[4), 5)]。しかしながら，一般的には「振動＝音」と捉えることが多く，構造物の振動モードのみに着目した対策を実施することにより，しばしば試行錯誤に陥ってしまうのが現状である。

空間の影響を考慮する方法は種々提案されており，放射モード解析もその一つである。放射モード解析は1990年代前半に提案され，主に騒音を逆位相の音で消すアクティブノイズコントロールの分野で発展してきた[6)～11)]。放射モードの形状は振動分布とは独立しているため，固体放射音発生における空間影響の現象把握に非常に有効であり，橋りょうの低周波音問題[12)]やタイヤノイズの研究[13)]にも適用されている。ただし，放射モードは空間の形状と音響放射パワーの関係を示すものではあるが，構造物の振動モードまでは考慮されていないため，構造と空間の両方を同時に考慮した設計に直接利用することはできない。

上記の放射モード解析の課題に対し，本稿で提案する「加振力放射モード解析」は，放射モード解析を拡張し，構造物の振動モードと音響空間を同時に考慮することができる分析手法として提案してきたものである[14)～20)]。本稿では，加振力放射モード解析の理論と基本的な性質，実験による理論の検証，油圧ショベルのブーム放射音問題への適用例を紹介する。

1．加振力放射モード解析の理論

図1に振動物体が周囲に形成する音場の概念図を示す。任意の空間の音圧分布ベクトル$\boldsymbol{p}_r$は，振動する構造物の全振動速度分布ベクトル$\boldsymbol{v}_e$と伝達関数行列$\mathbf{Z}_r$を用いて次式で表される。

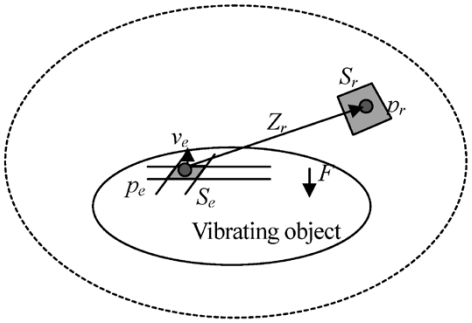

図1 振動物体からの音響放射パワーの算出
Fig. 1 Calculation of sound power from vibrating object

[*1] 技術開発本部　機械研究所

$$\boldsymbol{p}_r = \mathbf{Z}_r \boldsymbol{v}_e \quad \cdots\cdots (1)$$

振動物体の音響パワーWは，振動物体を取り囲む領域を通過する音の全エネルギーを捉えることによって算出できるため，$\boldsymbol{p}_r$から以下のように計算できる。

$$W = \sum_{r=1}^{n} \frac{|\boldsymbol{p}_r|^2}{2\rho c} S_r = \sum_{r=1}^{n} \frac{\boldsymbol{p}_r^* \boldsymbol{p}_r}{2\rho c} S_r \quad \cdots\cdots (2)$$

ここで，*は複素共役を意味し，ρは空気の密度，cは音速であり，S_rは遠距離球面上の面積を示す。式（1）を式（2）に代入すると以下の式が得られる。

$$W = \sum_{r=1}^{n} \frac{\boldsymbol{v}_e^H \mathbf{Z}_r^H \mathbf{Z}_r \boldsymbol{v}_e}{2\rho c} S_r = \boldsymbol{v}_e^H \mathbf{R} \boldsymbol{v}_e \quad \cdots\cdots (3)$$

Rは放射抵抗行列と呼ばれ，振動物体の振動と音響パワーの関係を示す係数行列である。ここで，上付きのHは共役転置を意味する。**R**を固有値分解し得られた固有ベクトルが放射モードである。空間の特性を表す**R**を固有ベクトル，すなわち１次独立なベクトルに分解することにより，振動モードのように空間の基本特性を把握することができる。ここでは，さらに振動速度分布ベクトル$\boldsymbol{v}_e$を構造のモビリティ行列**T**と加振力分布ベクトル$\boldsymbol{f}_e$を用いて以下のように表す。

$$\boldsymbol{v}_e = \mathbf{T} \boldsymbol{f}_e \quad \cdots\cdots (4)$$

式（4）を式（3）に代入すると音響パワーは次式のように加振力分布と構造・音響放射の複合行列**C**で表すことができる。

$$W = \boldsymbol{f}_e^H \mathbf{T}^H \mathbf{R} \mathbf{T} \boldsymbol{f}_e = \boldsymbol{f}_e^H \mathbf{C} \boldsymbol{f}_e \quad \cdots\cdots (5)$$

ここで，**C**は次式のように固有値分解できる。

$$\mathbf{C} = \mathbf{M}^T \boldsymbol{\Phi} \mathbf{M} \quad \cdots\cdots (6)$$

Mの各行は固有ベクトルであり，これが本稿で紹介する加振力放射モード（f_{rad}-modes）と呼ぶものである。**C**がエルミート行列なので**Φ**は正の整数の固有値をもつ対角行列となる。したがって，音響パワーWは最終的に次式で表現できる。

$$W = \boldsymbol{f}_e^H \mathbf{M}^T \boldsymbol{\Phi} \mathbf{M} \boldsymbol{f}_e = \mathbf{d}^H \boldsymbol{\Phi} \mathbf{d} = \sum_{n=1}^{N} W_n = \sum_{n=1}^{N} \phi_n |d_n|^2 \quad \cdots\cdots (7)$$

dは加振力分布と加振力放射モードを掛け合わせたものであり，加振力分布が音響パワーに対してどの程度寄与するのかを示す。

2. 加振力放射モードの基本性質

2.1 解析モデル

加振力を受けて振動し，音を発生する非常に単純なモデルとして，バフル中の両端単純支持ばりを**図２**に示す。本モデルは，モータが設置される台板のような構造

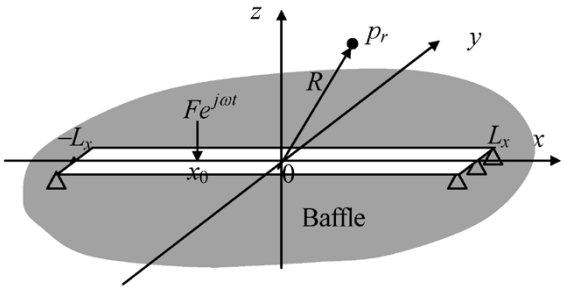

図２ バフル中の両端単純支持梁
Fig. 2 Simply-supported beam in baffle

表１ 加振条件（200Hz）
Table 1 Driving force condition (200Hz)

	driving force 1		driving force 2	
	x (m)	F (N)	x (m)	F (N)
case 1	−0.145〜0.145	1	—	—
case 2 - 1	−0.05	1	0.05	1
case 2 - 2	−0.05	1	0.05	−1
case 2 - 3	−0.08	1	0.08	1

を想定しており，バフルは，振動する板からの放射音を簡単に取り扱えるように振動板の裏表の音の伝搬を遮るものである。本モデルを対象に加振力放射モードの基本性質について示す。

解析対象の両端単純支持ばりは，板厚１mm，幅20mm，長さ300mm，損失係数0.01の鋼製とした。200Hzではりを加振した際の遠距離音圧を，半径R=10mの半球面上における水平角，仰角ともに15度刻みの64点について計算し，その結果から加振力放射モードを求めた。対象モデルに様々な外力を加えたときの音響放射パワーを検討するため，**表１**に示す加振条件（z方向）を設定した。

2.2 振動速度及び音圧の計算

加振力放射モードを計算するためには，振動物体のモビリティマトリクス**T**を求める必要がある．各モビリティ係数は構造物への単位加振入力に対する振動速度応答である。図２の両端単純支持ばりのモデルは，はりの幅が長さに比べて十分に小さく板厚が薄いため，変形前のはりの中心軸に垂直な面は変形後も垂直であるという仮定に従うベルヌーイ・オイラーばりとして扱え，はりの任意の点xにおける振動速度振幅$v(x)$が式（８）によって計算できる。ここで，x_0は加振点の位置，Fは加振力の振幅，ρ_bははりの密度，Aははりの断面積，hははりの高さ，L_xははりの中心から端部までの長さ（全長は$2L_x$），Eはヤング率，ηは損失係数を示す。

$$v(x, x_0) = \frac{j\omega F}{2L_x} \sum_n \frac{B_n(x+L_x) B_n(x_0+L_x)}{D k_n^4 - \rho_b A \omega^2} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$D = \frac{E(1-j\eta)h^3}{12},\ B_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{2L_x}\right),\ k_n = \frac{n\pi}{2L_x}\ \ n = 1, 2, 3, \ldots$$

また，音響放射パワーと対比させるため，はりの平均振動速度も式（９）にて計算する。ここでN_eは振動物体の要素数であり，振動速度実効値の２乗値を全表面にわたって平均化したものを平均振動速度と呼ぶ。式（９）の**U**を固有値分解すると振動モードが得られる。

$$\frac{1}{2N_e} \boldsymbol{v}_e^H \boldsymbol{v}_e = \frac{1}{2N_e} \boldsymbol{f}_e^H \mathbf{T}^H \mathbf{T} \boldsymbol{f}_e = \frac{1}{2N_e} \boldsymbol{f}_e^H \mathbf{U} \boldsymbol{f}_e \quad \cdots\cdots (9)$$

遠距離音圧$\boldsymbol{p}_r$は，R_iを要素－受音点間の距離，S_iを要素の面積として式（10）のRayleigh Integral[21]を用いて求める。

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{p}_r &= -j\omega\rho \int_{-\infty}^{\infty}\int V(x, y) \frac{e^{ikR}}{2\pi R} dxdy \\ &= -\frac{j\omega\rho}{2\pi} \sum_{i=1}^{Ne} V_i \frac{e^{ikR_i}}{R_i} S_i \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (10)$$

2.3 加振放射力モードの計算結果

図３に振動モードを，**図４**に加振力放射モードの計

算結果を示す。図3，4の（a）は固有ベクトル，（b）は固有値を示している。

図3，4の（b）に示した固有値の大小比較は，200Hzにおける平均振動速度，音響放射パワーに対する各モードの寄与を表し，ともに1次の固有値が2次以降より大きい。図3（a），図4（a）には，200Hzの1次固有値に対応する振動モード，加振力放射モードを黒ひし形（◆）で示し，モードの腹が3箇所，節が2箇所の形状をもつ特徴が分かる。ここで，通常の固有振動モードの次数と区別するためにこれらを第1振動モード，また同様に，加振力放射モードも第1加振力放射モードと呼ぶことにする。それぞれ200Hzの音響放射パワー，平均振動速度に対して最も寄与の大きなモード形状であることを意味する。振動モードに関しては，通常の3次の固有振動モードと呼ばれる形状が200Hzの平均振動速度に対しては支配的になる。

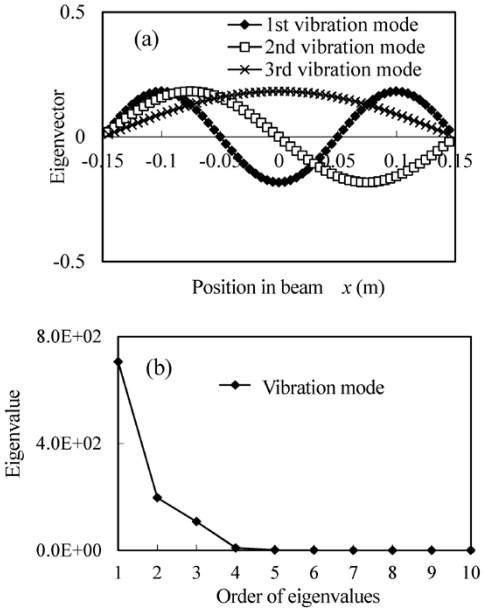

図3 200Hzにおける振動モード（(a) 固有ベクトル，(b) 固有値）
Fig. 3 Vibration modes at 200Hz ((a) eigenvectors, (b) eigenvalues)

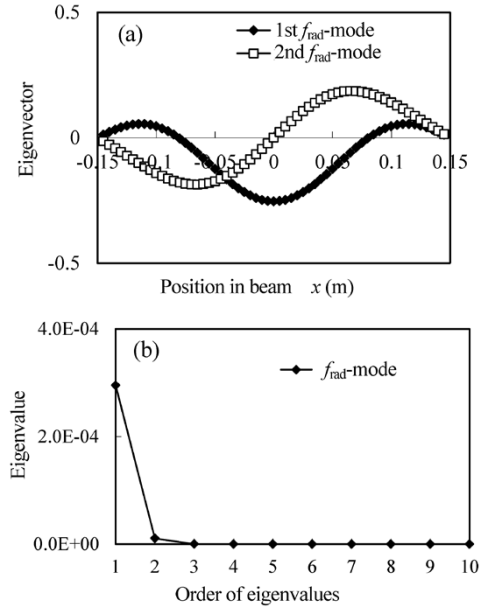

図4 200Hzにおける加振力放射モード（(a) 固有ベクトル，(b) 固有値）
Fig. 4 f_{rad}-modes at 200Hz ((a) eigenvectors, (b) eigenvalues)

つぎに，これらのモード形状を用いて，**図5**，**図6**に示す音響放射パワー，平均振動速度の計算結果について考察する。

図5に，図2の単純支持ばりの1箇所のみを200Hzで加振するcase 1の条件において，加振点の位置（横軸）と音響放射パワー（黒ひし形（◆），左縦軸），加振点の位置と平均振動速度（白四角（□），右縦軸）の関係を示す。

図5から分かるように，単純支持される端部を除いて，平均振動速度は$x_0=-0.05$または$x_0=0.05$付近を加振した際に小さくなる。一方，音響放射パワーはこの2箇所では比較的大きな音響放射パワーとなり，$x_0=-0.08$または$x_0=0.08$を加振した際に小さくなる。これは，図3（a）に示すとおり，200Hzにおいて支配的な第1振動モードの$x=-0.05$，0.05が節であり，この場所を加振しても第1振動モードが励起されないためである。一方，第1加振力放射モードは，$x=-0.08$，0.08が節になっているため，これらの点の加振が第1加振力放射モードを励起できずに音響放射パワーも小さくなる。

このように，振動モードの節を加振することが必ずしも音響放射パワーを最小にしないことは明らかであり，加振力放射モードを調べることにより，音響放射パワーに対する節が明らかにできることが分かる。

図6に，200Hzで2箇所同時加振するcase 2-1～case 2-3の条件における音響放射パワー（黒四角（■），左縦軸）と平均振動速度（白ひし形（◇），右縦軸）を比較したものである。図6より，条件ごとの平均振動速度の大きさはcase 2-1 < case 2-2 < case 2-3であるのに

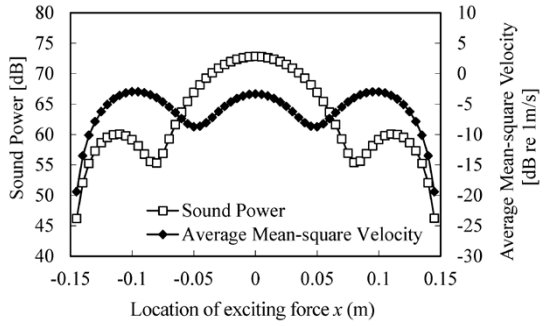

図5 加振点と音響放射パワー，平均振動速度の関係（200Hz）
Fig. 5 Dependence of sound power and average mean-square vibration on location of exciting force (200Hz)

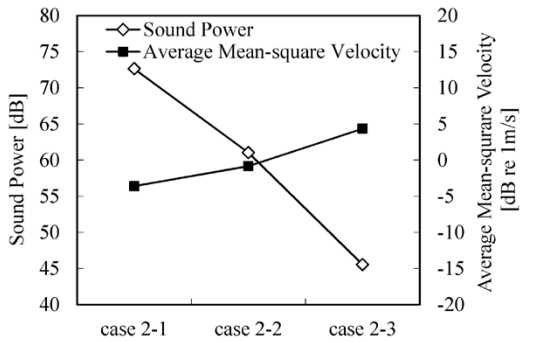

図6 異なる加振位置による200Hzにおける音響放射パワーと平均振動速度の比較
Fig. 6 Comparison of sound power and average mean square vibration velocity at 200Hz at different locations of exciting force

対し，音響放射パワーとはまったく逆の傾向となる。

平均振動速度について，第１振動モードは前述のとおり$x=-0.05$，0.05で節になるためcase 2-1，case 2-2は小さくなる。case 2-1，case 2-2を比較すると，どちらも第１振動モードに対しては節だが，第２振動モード（図３（a）の白四角）は$x=-0.05$，0.05において節ではなく逆位相である。このため，同位相加振の場合（case 2-1）の方が逆位相加振の場合（case 2-2）よりも第２振動モードが励起されにくく，その結果平均振動速度が小さくなる。case 2-3に関しては，１次モードの節ではないので他の場合に比べて平均振動速度が大きい。

一方，音響放射パワーに関しては，第１加振力放射モードは前述のとおり$x=-0.08$，0.08が節であるため，case 2-3の音響パワーが最も小さい。case 2-1，case 2-2の差異については，第１加振力放射モードは$x=-0.05$，0.05で同位相であるため，逆位相の加振力を加えたcase 2-2の場合の方が同位相のcase 2-1よりも第１加振力放射モードを励起しにくく，音響放射パワーが小さい。

このように，加振力放射モードへの分解は加振分布と音響放射パワーの関係を明らかにし，音響放射パワーを最小化する加振点の特定につながるため，振動源を含めた低騒音構造設計が可能となる。

３. 実験による検証

3. 1　実験装置

検証に使用した試験体である両端固定ばりを模擬した鋼製短冊板を**図７**に示す。鋼製短冊板の板厚は１mm，幅20mm，長さ300mmである。振動分布や表面の音圧分布は，鋼板を長辺方向に15要素に分割したそれぞれの中央で測定した。**図８**に試験装置を示す。鋼板の中央からはりの法線方向に１m離れた点に１点，法線方向から45°の角度で中央から１m離れた周囲に４点，計５点で音圧を計測し，音響放射パワーは５点の音圧と半径１mの半球の表面積から求めた。モビリティ行列**T**を得るため，鋼板は圧電素子で加振して振動速度を計測した。また，放射抵抗行列**R**を得るために鋼板表面とマイク設置点間の音響伝達関数を測定した。音源となるスピーカに対して鋼板の要素サイズが小さいため，音響伝達特性は，相反定理により，体積速度音源をマイク設置点に置き，鋼板の表面音圧を計測することで得た。

3. 2　実験結果

図９に，鋼板の$x_0=-0.08$mを加振した際の１m点の音圧から直接求めた音響放射パワー（図の細実線：measurement）と，鋼板のモビリティと音響伝達関数の積から求めた音響放射パワー（図の太実線：calculation）を比較した。両者はよく一致しており，モビリティと音響伝達関数が正確に測定されたことを確認した。

図10に，250Hzにおける加振位置と音響放射パワー，加振位置と平均振動速度の関係を示す。**図11**には，250Hzにおける加振力放射モードの固有ベクトルと固有値を示す。

図10は，図９と同様に，鋼板のモビリティと音響伝達関数から算出された音響放射パワー（calculation）が，

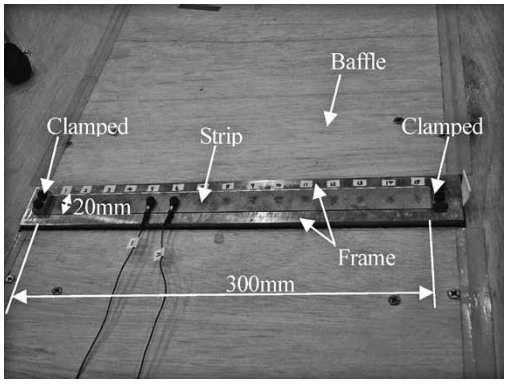

図７　試験用振動物体（鋼製短冊板）
Fig. 7　Vibrating object for testing (steel strip)

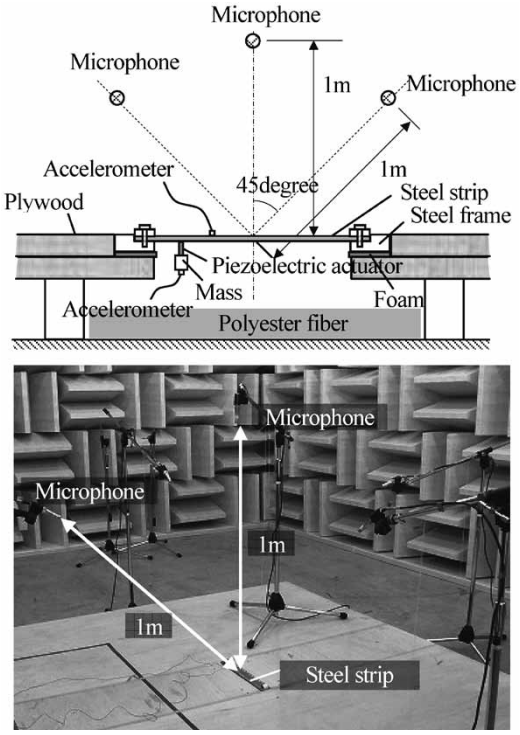

図８　実験装置配置
Fig. 8　Experimental setup

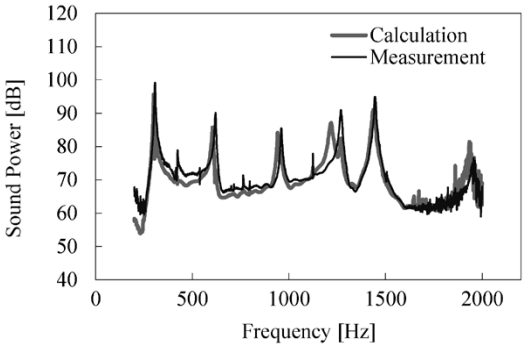

図９　音圧から求めた音響放射パワー（Measurement）と，鋼板のモビリティと音響伝達関数の積から求めた音響放射パワー（Calculation）の比較（加振点：$x_0=-0.08$m）
Fig. 9　Comparison between sound power calculated directly from measured sound pressures and sound power calculated from sound pressures estimated from mobility and acoustic transfer functions (driven point: $x_0=-0.08$m)

測定した音圧から求めた音響放射パワー（measurement）とよく一致していることが分かる。また，図11より，加振力放射モードの固有値１次が非常に

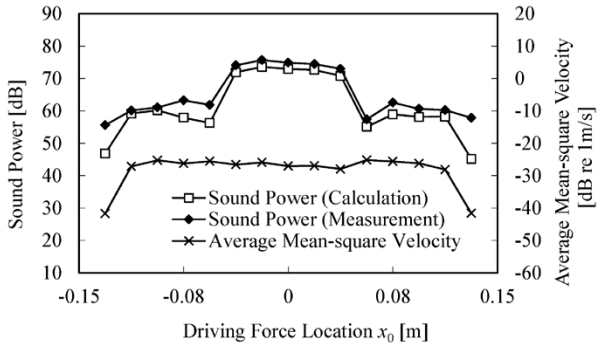

図10 250Hzにおける加振位置と音響放射パワー（計算値，計測値），平均振動速との関係
Fig.10 Dependence of sound power and average mean-square vibration velocity on driving force locations at 250Hz

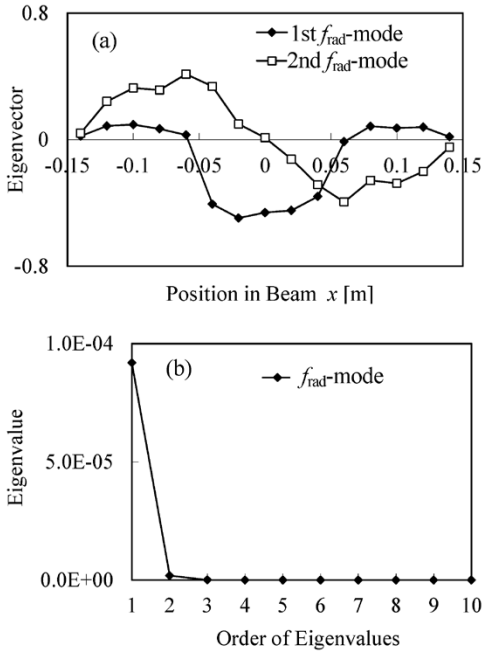

図11 250Hzの加振力放射モード（(a) 固有ベクトル，(b) 固有値）
Fig.11 f_{rad}-modes at 250Hz ((a) eigenvectors, (b) eigenvalues)

大きいため，加振点と音響放射パワーの関係は第１加振力放射モードの形状と類似することが分かる。これらの結果より，計測により得られた加振力放射モードの形状からも音響放射パワーを最小化する加振位置を特定することができることが確認された。

一方，図10より，平均振動速度と音響放射パワー（計算値及び計測値）の傾向が異なり，両端以外のどの点を加振してもほぼ一定である。このことから，平均振動速度だけからでは音響放射パワーを最小化する点を見いだせないことが分かる。

４. 実問題への適用

油圧ショベルなど油圧を駆動源とする機械の場合，ポンプの脈動が配管内を伝搬し，その脈動圧による振動が配管の支持部を介して構造物に伝搬して騒音問題が発生する。発生する騒音の大きさは，加振力と構造物・音響空間の応答によって決まる。騒音が発生しにくい構造の設計を目的に，構造物のCADデータを元に，加振力放射モードを算出するプログラムを作成した。

図12は，油圧ショベルブームの加振力放射モードを算出した結果の一例である。本解析により，ブームの場所ごとの音響放射パワーへの感度が可視化できるようになり，配管支持位置の指針が事前に得られるようになった。

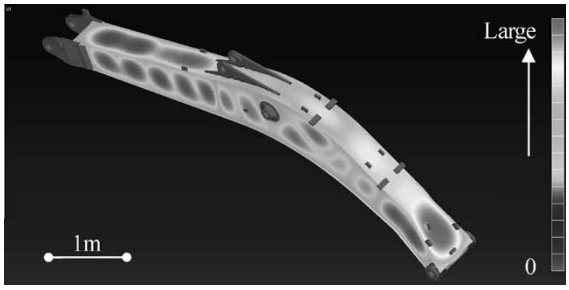

図12 油圧ショベルブームの加振力放射モード
Fig.12 f_{rad}-mode of hydraulic excavator boom

むすび＝本稿では，新しく提案する加振力放射モード解析について，理論，基本的な性質，実験による妥当性の検証，実機への適用例を示した。本技術は，複雑な構造物，音響空間においても加振源と音響放射パワーの関連性を理解することができるため，機械の低騒音設計に非常に有効である。今後は，油圧ショベルキャブ内のような閉空間への適用や，遮音板などより基本的な防音構造への展開を進めていく予定である。

本研究を進めるにあたり，終始貴重なご助言をいただきました神戸大学阪上公博教授，パデュー大学J. Stuart Bolton教授に，本紙面を借りてお礼申し上げます。

参　考　文　献

1） S. Kuwano et al. Noise Control Engineering Journal. 1989, Vol.33, No.3, p.107-115.
2） S. Namba et al. The Journal of Acoustical Society of Japan (E). 1992, Vol.13, No.1, p.49-58.
3） 佐伯徹郎ほか. 電子情報通信学会技術研究報告. 2002, Vol.102, No.482, p.7-12.
4） J. Pan et al. J. Acoust. Soc. Am. 1992, 91 (4), p.2056-2066.
5） 田中信雄ほか. 日本機械学會論文集C編. 1991, 57 (541), p.2846-2853.
6） C. G Mollo et al. AIAA J. 1989, 27, p.1423.
7） P. Vitiello et al. ISVR Technical Report. 1989, No.183.
8） K. A. Cunefare. J. Acoust. Soc. Am. 1991, 90, p.2521.
9） K. A. Cunefare et al. J. Acoust. Soc. Am. 1991, 90, p.365.
10） S. J. Elliot et al. J. Acoust. Soc. Am. 1993, 94 (4), p.2194-2204.
11） C. SUNG et al. Jpn. J. Appl. Phys. 1999, 38, p.838-848.
12） Chanpheng et al. Applied Acoustics. 2004, 65, p.109-123.
13） K. Yum et al. Proceedings of Noise-Con. Baltimore, 2004-7-12/14, INCE-USA.
14） Z. Yamaguchi et al. Proceedings of INTER-NOISE. Ottawa, 2009-8-23-26, I-INCE.
15） Z. Yamaguchi et al. Proceedings of INTER-NOISE. Lisbon, 2010-6-13-16, I-INCE.
16） Z. Yamaguchi et al. Applied Acoustics. 2011, 72, p.420-427.
17） Z. Yamaguchi et al. Proceedings of INTER-NOISE. Osaka, 2011-9-4-7, I-INCE.
18） Z. Yamaguchi et al. Acoustical Science and Technology. 2012, 33 (1), p.56-58.
19） Z. Yamaguchi et al. Proceedings of INTER-NOISE. New York, 2012-8-20-22, I-INCE.
20） Z. Yamaguchi et al. Noise Control Engineering Journal. 2013, J.61 (1).
21） J. W. S. Rayleigh. The Theory of Sound Vol.2. 2nd Edition, 1896.